# MALEBRANCHE

## *MATHÉMATIQUES ET PHILOSOPHIE*

Claire Schwartz

Contenu de ce document :

Chapitre 3. Un document majeur : Du calcul intégral, par Nicolas Malebranche

ISBN : 979-10-231-3666-1

SORBONNE UNIVERSITÉ PRESSES

PHILOSOPHIES

Héritier de Descartes, Malebranche fut comme son aîné tout à la fois philosophe, métaphysicien et homme de sciences. La postérité n'a pourtant guère retenu son intérêt manifeste pour les sciences exactes, qui irrigue de multiples aspects de sa pensée, de sa conception de la méthode et de la vérité à celle de l'infini et du divin. En apparence, son rapport aux mathématiques a certes quelque chose d'énigmatique : initié dans un contexte cartésien hostile à certaines méthodes jugées inintelligibles, il semble ensuite les embrasser en adhérant au calcul infinitésimal, se faisant même l'agent de diffusion en France de ces nouvelles mathématiques. Derrière ce cheminement en apparence sinueux, une véritable continuité nous apparaît clairement. Ce n'est qu'en faisant entrer cette pratique mathématique en résonance avec la constitution de certaines de ses thèses métaphysiques que l'une et l'autre en viennent à s'éclairer mutuellement. Sous cette perspective, l'adoption malebranchiste de nouveaux calculs et de nouvelles opérations constitue un révélateur significatif des évolutions et des invariants de sa philosophie. Elle nous informe également sur les divers chemins qui ont conduit certaines normes et pratiques scientifiques nouvelles à s'imposer dans l'histoire.

Agrégée de philosophie, Claire Schwartz est maître de conférences à l'université Paris Nanterre et l'auteure d'une thèse sur Malebranche. Elle a écrit de nombreux articles et plusieurs livres sur la philosophie de la connaissance et la philosophie des sciences à l'Âge classique, en particulier sur Malebranche, Descartes, Leibniz et Berkeley.

Sorbonne Université Presses
www.sup.sorbonne-universite.fr

MALEBRANCHE

PHILOSOPHIES

Collection « Philosophies »
Fondée et dirigée par Marwan Rashed
série « Histoire des philosophies »

*La Jeune Fille et la Sphère. Études sur Empédocle*
Marwan Rashed

*Le monde en projets.*
*Une lecture de la théorie des symboles de Nelson Goodman*
Alexis Anne-Braun

# MALEBRANCHE

## *MATHÉMATIQUES ET PHILOSOPHIE*

Claire Schwartz

SORBONNE UNIVERSITÉ PRESSES
Paris

Ouvrage publié avec le concours de l'Agence nationale de la Recherche
et de Sorbonne Université

Sorbonne Université Presses est un service général
de la faculté des Lettres de Sorbonne Université.


ISBN de l'édition papier : 979-10-231-0562-9

Maquette et réalisation : Emmanuel Marc Dubois/3d2s (Issigeac/Paris)
d'après le graphisme de Patrick Van Dieren

**SUP**
Maison de la Recherche
Sorbonne Université
28, rue Serpente
75006 Paris
tél. : (33)(0)1 53 10 57 60

sup@sorbonne-universite.fr

https://sup.sorbonne-universite.fr

# NOTE ÉDITORIALE

## ŒUVRES COMPLÈTES DE MALEBRANCHE



Pour tous les textes de Malebranche publiés dans la « Bibliothèque de la Pléiade », les références sont données sous la forme suivante : Pl., suivi du numéro du tome en chiffres romains, et du numéro de la page en chiffres arabes.

I : *Œuvres*, Paris, Gallimard, coll. « Bibliothèque de la Pléiade », t. I, édition publiée sous la direction de Geneviève Rodis-Lewis, avec la collaboration de Germain Malbreil, 1979.

II : *Œuvres*, Paris, Gallimard, coll. « Bibliothèque de la Pléiade », t. II, édition publiée sous la direction de Geneviève Rodis-Lewis, 1992.

Pour tous les textes de Malebranche publiés dans *Malebranche. Œuvres complètes*, éd. André Robinet, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1972-1978, les références sont données sous la forme suivante : OC, suivi du numéro du tome en chiffres romains, et du numéro de la page en chiffres arabes.

I : *La Recherche de la vérité*, livre I à III

II : *La Recherche de la vérité*, livre IV à VI

III : *La Recherche de la vérité. Éclaircissements*

X : *Méditations chrétiennes et métaphysiques*

XI : *Traité de morale*

XII : *Entretiens sur la métaphysique et la religion*

XVII-2 : *Mathematica*

## ŒUVRES DE MALEBRANCHE

*RV* : *La Recherche de la vérité*

*EMR* : *Entretiens sur la métaphysique et sur la religion*

*TM* : *Traité de morale*

*MCM* : *Méditations chrétiennes et métaphysiques*

## AUTRES RÉFÉRENCES

Pour tous les textes de Descartes publiés dans les *Œuvres de Descartes*, éd. Charles Adam et Paul Tannery, Paris, Léopold Cerf, les références sont données sous la forme suivante : AT, suivi du numéro du tome en chiffres romains, et du numéro de la page en chiffres arabes ; les références aux *Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité*, traduites par Jacques Brunschwig, dans René Descartes, *Œuvres philosophiques*, t. I, *1618-1637*, éd. Ferdinand Alquié, Paris, Garnier, 1963, sont données sous la forme suivante : *Brunschwig*, suivi du numéro de la page.

GP : Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die Philosophischen Schriften*, éd. Karl Immanuel Gerhardt, Berlin, Weidmannsche Buchhandlung, 1875-1890, rééd. Hildesheim, Olms, 1960.

GM : Gottfried Wilhelm Leibniz, *Mathematische Schriften*, éd. Karl Immanuel Gerhardt, Berlin, Asher, 1850-1863.

OO : Jean Bernoulli, *Opera Omnia*, Genève-Lausanne, Marc-Michel Bousquet, 1742.

SECONDE PARTIE

# Évolution ou revirement ?

## Le virage des années 1690 et la rencontre avec la science leibnizienne

CHAPITRE 3

# UN DOCUMENT MAJEUR : *DU CALCUL INTÉGRAL*, PAR NICOLAS MALEBRANCHE

## SITUATION DU TEXTE

Le cahier de Malebranche commentant les *Leçons* de calcul intégral de Jean Bernoulli constitue le document majeur de ses études mathématiques et l'élément essentiel pour juger de sa maîtrise et de sa compréhension des concepts et des méthodes du calcul infinitésimal. Il est à ce titre nécessaire d'en livrer une analyse suivie. La mise en contexte de ce texte a été établie par Pierre Costabel dans son édition critique des œuvres mathématiques de Malebranche dont ce texte représente la principale pièce[1]. Cette édition critique constitue une base de travail essentielle à notre étude.

Il est manifeste que ce texte est une copie des *Leçons de Calcul Intégral* de Jean Bernoulli. Avant d'en venir à l'étude suivie de ce document malebranchiste, quelques mots sur l'ouvrage du mathématicien suisse.

### Les *Leçons* de Calcul Intégral de Jean Bernoulli

Ce texte aurait donc été publié pour la première fois, avec l'accord de son auteur, en 1742, dans le tome III de ses *Opera omnia*. L'ouvrage est divisé en cinquante-neuf leçons de longueur à près égale, toutes relatives au calcul intégral. S'agirait-il du pendant pour le calcul intégral de *l'Analyse des infiniment petits* du marquis de L'Hospital pour le calcul

1 OC, XVII-2, 131-176. Quelques hypothèses de Pierre Costabel concernant les copies du manuscrit de Bernoulli ont toutefois été remises en question par Patricia Radelet de Grave dans une communication : « L'édition des figures manuscrites des Bernoulli », Conférence *Diagrams and Images criticism in Mathematical Textual Traditions*, Pise, 25-27 novembre 2004. Nous les présentons dans la suite de cette exposition du texte.

différentiel ? Autrement dit, s'agit-il du premier traité pédagogique et extensif sur le sujet ? Il y a certes eu d'autres ouvrages sur cette question, comme la version publiée en 1708 de l'*Analyse démontrée* de l'Oratorien Reyneau qui comporte, entre autres, une explication du calcul intégral. Mais cet ouvrage ne traite pas uniquement de calcul intégral, comme l'indique le titre de la version publiée :

> *Analyse démontrée ou la méthode de résoudre les problèmes de mathématiques et d'apprendre facilement ces sciences, expliquée et démontrée dans le premier volume et appliquée, dans le second, à découvrir les propriétés des figures et de la géométrie simple et composée, à résoudre les problèmes de ces sciences et les problèmes des sciences physico-mathématiques, en employant le calcul ordinaire de l'algèbre, le calcul différentiel et le calcul intégral. Ces derniers calculs y sont aussi expliqués et démontrés.*



Par ailleurs, il ne faut pas oublier que la publication des *Leçons* de Bernoulli est relativement tardive par rapport aux leçons effectivement données par son auteur sur ce sujet, et que l'ouvrage imprimé ne fait que reprendre pour l'essentiel quelques rectificatifs ayant été faits entre temps. Or Pierre Costabel estime que la copie oratorienne établie par l'oratorien Louis Carré de ces leçons date de 1692, soit cinquante ans avant sa publication. Il en est du reste de même pour l'*Analyse des infiniment petits* : s'il est de la main de L'Hospital, Jean Bernoulli estimait qu'il n'était que la retranscription des leçons qu'il avait données au marquis. Le mathématicien suisse serait donc d'une manière ou d'une autre à l'origine des différents ouvrages, les premiers du genre, traitant non plus sous forme d'articles et sur des problèmes précis, mais de manière extensive du calcul différentiel et du calcul intégral.

Il est toutefois difficile de retrouver dans ces *Leçons* la forme canonique des traités de géométrie et le modèle de progression synthétique issus des *Éléments* d'Euclide. Alors que L'Hospital cherche encore à s'y conformer dans une certaine mesure en entamant son traité par définitions et postulats, Bernoulli commence de façon quasi immédiate par exposer les lois de son calcul, puis ses applications.

Quoi qu'il en soit, cet ouvrage semble constituer le texte le plus complet de l'époque sur le calcul intégral. Il est à noter que dans sa correspondance avec Leibniz, L'Hospital évoque, à propos de son *Analyse des infiniment petits*, le fait que son correspondant entreprenne lui-même ce qui a été fait en matière de calcul différentiel avec cet ouvrage, mais on ne trouve pas trace dans les textes leibniziens d'un tel traité[2].

### Les copies oratoriennes des *Leçons* de Jean Bernoulli

Le texte présenté par Pierre Costabel dans son édition des écrits mathématiques de Malebranche met en parallèle, d'une part la copie manuscrite du texte de Bernoulli par Carré, entrecoupée de manuscrits de Malebranche et d'un autre oratorien, Louis Byzance, et le cahier de Malebranche sur cette copie d'autre part, constitué pour l'essentiel de traductions du latin au français et d'explications et calculs supplémentaires par rapport au texte original. Comme le dit Pierre Costabel à propos de ce cahier :

> « Ce n'est pas cependant un ouvrage original, ni même l'ébauche d'un traité didactique, encore qu'il ne soit pas dépourvu de notes caractéristiques à l'un ou à l'autre de ces points de vue[3]. »

Ces digressions malebranchistes par rapport au texte de Bernoulli, l'attention sélective qu'il porte à certains points et sa négligence par rapport à d'autres sont des éléments que notre étude doit être amenée à identifier.

Mais il nous faut tout d'abord rappeler de quel texte exactement les manuscrits oratoriens sont la copie. Comme le mentionne Pierre Costabel, deux questions se posent : celle des documents utilisés par le copiste et celle de la date d'exécution de la copie. Précisons les choix opérés par l'éditeur quant à cette copie. Il ne reproduit pas l'ensemble de la copie oratorienne, qui se constitue pour l'essentiel de la copie Carré (folios B.N. 91 à 240), à laquelle s'ajoutent les feuilles de figures réalisées par Malebranche (folios 241-250) et les feuilles d'*errata* par Byzance



2 « À Leibniz », lettre du 2 mars 1695, dans André Robinet, *Malebranche et Leibniz. Relations personnelles*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1955, p. 306.

3 OC, XVII-2, 169.

(f° 251-252)[4]. Le document que l'on trouve dans le tome XVII-2 des *Œuvres complètes* reprend *in extenso* les folios 91 à 102, puis quelques folios jusqu'au folio 205. À quoi ce choix correspond-il ? Aux passages de la copie auxquelles correspondent des notes de Malebranche constituant le deuxième document mis en parallèle avec la copie du texte de Bernoulli. La difficulté de ce document consiste dans le fait que de longs passages ne font que reproduire le texte de Bernoulli en le traduisant en français alors que par ailleurs il s'y trouve parfois des calculs de Malebranche dont on ne peut toujours identifier à quelle partie des *Leçons* ils correspondent.



À partir de quel manuscrit Carré a-t-il donc effectué sa copie ? Un passage du texte nous fait comprendre que ce dernier a travaillé à partir des notes de cours donnés par Bernoulli lors de son passage à Paris en 1691-1692. Carré note en effet, à la page 187 de sa copie :

> Avant d'aller plus loin, il faut noter une erreur qui s'est introduite dans le calcul au cours de la dernière leçon précédente, par suite d'un défaut d'attention *ex improviso*.

On peut considérer avec Pierre Costabel que ce correctif ne peut venir que du professeur, c'est-à-dire de Bernoulli lui-même, ce qui explique que cette remarque n'apparaît plus dans l'ouvrage publié où l'erreur, à savoir une erreur de signe, est corrigée.

D'autre part, à propos des feuilles d'*errata*, Pierre Costabel détaille un certain nombre de figures et de corrections faites par Byzance prouvant que ce dernier avait eu accès à des *errata* ne pouvant être le fait que de Bernoulli et antérieures à 1696[5].

---

4 Pour une table de correspondance entre la copie Carré et l'ouvrage publié de Bernoulli, *cf.* OC, XVII-2, 133-138.

5 Patricia Radelet de Grave restitue de manière plus précise ce qui a dû être l'histoire de cette copie. Bernoulli préparait donc ses cours, faisant ensuite copier son texte par Stahelin, son secrétaire, ou le recopiait lui-même. Une fois le cours donné, il se relit et corrige aussitôt son texte. Lorsqu'il part à Oucques, il laisse le manuscrit à Stahelin : c'est l'hypothèse d'Otto Spiess qui a réuni à Bâle les textes du mathématicien. Stahelin prête alors le manuscrit à Byzance qui le fait copier par Carré. C'est donc à partir de cette copie que Malebranche écrit son cahier.

À côté de ce travail d'établissement de la copie oratorienne, Pierre Costabel s'interroge sur le manuscrit de Bernoulli du *De Methodo Integralium* retrouvé dans le fonds Bernoulli de Bâle. Il s'y trouve plusieurs exemplaires, et le plus ancien serait celui dénoté « Cahier C[6] ». On y trouve alternées l'écriture de Bernoulli et celle de Stahelin, secrétaire de Bernoulli durant son passage à Paris. Ce manuscrit contient intégralement le texte de la version imprimée, avec les *Leçons* placées dans le même ordre, et clos par l'*addimentum*. Or l'on remarque que toutes les corrections de Byzance sont en marge, et de la main de Bernoulli, dans le « Cahier C ». À l'inverse, toutes les corrections de Bernoulli ne sont pas reprises par Byzance. D'une manière générale, les corrections de ce dernier ne vont pas au-delà de la section II, c'est-à-dire celle consacrée aux quadratures d'espace.



La copie Carré est donc identique à cette première version de Bernoulli. D'autre part, les *errata* de Byzance ne sont pas des corrections qu'il a effectuées à partir d'erreurs de copie de Carré, mais la reprise de corrections apportées par Bernoulli en personne. Du reste, Il y a tout lieu de penser que ces *errata* existaient en France au moment du départ de Bernoulli. Pierre Costabel note enfin qu'une des corrections de Bernoulli a échappé à Byzance mais pas à Malebranche – nous y reviendrons.

#### La diffusion de ces Leçons dans le milieu malebranchiste

En 1703-1704, il y aurait deux manuscrits des *Leçons* de Bernoulli sans que ce dernier en ait été probablement informé[7] : l'une appartenant

---

6 C'est cet exemplaire que Bernoulli a ramené à Bâle en 1692 à son retour de France, à partir des originaux qu'il avait laissés au marquis de L'Hôpital.

7 Bernoulli exprime son étonnement à propos de l'existence d'une copie de ses leçons dans une réponse à Montmort qui l'en informe :
« Vous dites, Mr., que le P. Reyneau avait un manuscrit complet de mes leçons communiquées à Mr. De l'Hôpital qu'il vous prêta il y a 13 ou 14 ans. Demandez lui, je vous prie, qui c'est qui le lui a communiqué ou donné à copier. Quant à moi, je ne me souviens pas qu'étant à Oucques, j'aie pu lui donner ce manuscrit complet puisque celui que j'ai présentement était encore entre les mains de mon ami qui l'avait copié sur les originaux livrés successivement à Mr de l'Hopital » (« À Montmort », 29 septembre 1718, Universitätsbibliotek Basel, Manuscrits. L Ia 665, n° 12, disponible à l'adresse suivante : http://www.ub.unibas.ch/bernoulli/index.php/1718-09-29_Bernoulli_Johann_I-Montmort_Pierre_Remond_de).

au Père Byzance, l'autre au Père Reyneau, même s'il n'est pas impossible qu'il s'agisse du même document. Il est en tout cas certain que Reyneau a rencontré Bernoulli en août 1692, et qu'ils ont discuté de divers problèmes d'analyse, comme, par exemple le problème des longitudes par la loxodromie. C'est probablement à Paris, et non à Oucques, la maison de campagne de L'Hospital où Bernoulli lui a en partie donné ses leçons, que la rencontre a dû se faire[8]. Néanmoins, dans ses écrits et le récit de ses souvenirs, Reyneau ne fait jamais allusion aux leçons de calcul intégral et différentiel. Il est probable que Bernoulli, sachant qu'il n'avait pas affaire au plus avancé des mathématiciens du groupe, expliqua ses solutions à Reyneau en termes accessibles, qui n'exigeaient pas une assimilation des nouvelles méthodes et notations de l'analyse[9].



On peut donc exclure avec Pierre Costabel la recopie par Reyneau en 1692 des *Leçons* de Bernoulli.

En revanche, on peut conclure de la correspondance oratorienne que des copies des *Leçons* devaient être en plus grand nombre au moins à partir de 1698. C'est Carré qui est généralement chargé de faire ces copies, moyennant finance. Il est certain que la publication de l'*Analyse des infiniment petits* en 1696 a dû détendre l'atmosphère et le climat de mystère et de secret qui entourait ces nouvelles méthodes. Désormais, L'Hospital ne freine plus la divulgation de ces travaux, et encourage

---

L'origine de ces copies n'est donc pas claire, mais il est possible que Stahelin se soit laissé convaincre par quelques oratoriens – peut-être Malebranche lui-même – de leur livrer une copie de ces Leçons (voir OC, XVII-2, 154-155, 160).

8 Pierre Costabel pense que c'est à Paris que les hommes se sont rencontrés, et c'est un point que Patricia Radelet de Grave conteste : Reyneau serait également allé à Oucques demander une copie du manuscrit de Bernoulli, sans succès (OO, II, 76). D'autre part, elle partage également des doutes sur l'existence de deux manuscrits distincts, l'un appartenant à Byzance et l'autre à Reyneau. Il se pourrait que Reyneau ait emporté les papiers de Byzance devenu fou.

9 Une lettre entre Jean Bernoulli et Leibniz témoigne du fait que Reyneau ne connaissait pas réellement la nouvelle analyse, et que les solutions apportées par Bernoulli lui semblaient donc avoir quelque chose de divin : « […] *hoc calculandi genus ipsi omnino insolitum et divini quid in se continens videbatur* », (Gottfried Wilhelm Leibniz, *Mathematische Schriften*, éd. Karl Immanuel Gerhardt, Berlin, Asher, 1850-1863, t. III, p. 172).

plutôt autour de lui de nouvelles recherches sur ce domaine qu'il a permis de faire connaître.

### Le cahier de Malebranche

Il s'agit donc d'un texte entièrement autographe, où Malebranche reprend le document de Bernoulli à partir de la copie qu'en a faite pour lui Carré. Selon Pierre Costabel, toutefois, Malebranche aurait pu aussi travailler directement sur les manuscrits originaux de Bernoulli[10]. Sur la fin du document, l'Oratorien ne suit plus directement le texte de mathématicien suisse mais se livre à toute une série de calculs déduits de la nouvelle analyse qu'il a pu apprendre de L'Hospital et donc, indirectement, de Jean Bernoulli.

Le document se constitue en fait de quatre cahiers. Dans le fonds de la Bibliothèque nationale, le document se trouvait découpé ainsi :

Cahier I : du Calcul intégral
Cahier II et III : *De spatiorum quadratura*
Cahier IV : inverse des tangentes, *etc*.

Ces divisions correspondent aux titres inscrits en page 1, 8 et 34-25.

Quelques mots sur la datation de ces textes. Les trois premiers cahiers seraient donc de 1692-93. Le cahier IV, plus tardif, aurait probablement été écrit entre 1693 et 1695.

Pierre Costabel présente ce document en parallèle avec la copie Carré, reprise ainsi sur la page de gauche. Or ceci correspondait au mode initial de pagination. Malebranche avait écrit ses commentaires sur la page de droite, laissant visiblement la page gauche blanche pour d'éventuelles corrections et remarques ultérieures. Mais ce n'est pas la copie Carré qui était censée se trouver sur cette page de gauche : c'est en cela que consiste l'idée propre de l'éditeur Pierre Costabel, dont l'objectif est d'illustrer le travail de commentaire et de relecture de la copie du document de Bernoulli que constitue en grande partie ce cahier. Mais comme il le remarque lui-même, ce rapprochement est étroit pour le premier cahier, beaucoup moins pour les cahiers II et III. Quant à la composition du

10 OC, XVII-2, 175.

cahier IV, elle devient tout à fait obscure, tant s'enchaînent les calculs et les problèmes différents sans que les passages des uns aux autres ne soient justifiés.

C'est qu'il semble que certains points d'âpres discussions et controverses entre Bernoulli et les grands mathématiciens de son temps (L'Hospital, Huygens, Tschirnhaus), dépassant sans doute ses compétences, n'aient pas intéressé Malebranche qui décide donc de ne pas les commenter. D'autres points, au contraire, attirent particulièrement son attention, comme le calcul de volumes. Ce sont donc essentiellement les résultats qui l'intéressent plus que ce qui peut lui apparaître comme des détails de méthode. Par exemple, et comme le précise Pierre Costabel, Malebranche retient des débats entre Bernoulli et l'Hospital sur la courbe de de Beaune non pas le changement de variables qui permet de réduire l'équation différentielle de la courbe à une équation de variables séparées, mais le résultat permettant le calcul de la cubature[11].



L'étude plus détaillée qui suit confirme la validité de cette hypothèse selon laquelle c'est un point de vue assez pragmatiste qui a présidé à cette lecture malebranchiste des *Leçons* de Bernoulli.

Nous présentons en annexe le plan du texte.

## COMMENTAIRE DÉTAILLÉ

### Le titre

Une première remarque s'impose : Malebranche change le titre de l'ouvrage de Bernoulli. Rappelons le titre exact des *Leçons* :

> *Lectiones mathematicae, de Methodo Integralium, aliisque, conscriptae in usum ill. Marchionis Hospitalii.*

Malebranche titre sobrement : *Du calcul intégral.*

Le fait significatif est évidemment la substitution du terme de calcul à celui de méthode. Selon Pierre Costabel, cette substitution « correspond

11 OC, XVII-2, 172.

à une conscience avancée de ce qui est en question[12] ». Peut-être n'y a-t-il pas lieu d'extrapoler davantage sur ce changement de terme ; peut-être n'est-il dû qu'à des facteurs contingents. Néanmoins, cette modification nous semble cohérente avec l'approche générale de ce texte par Malebranche, insistant sur les vertus calculatoires, les nouveaux algorithmes de cette mathématique. À l'inverse, on ne saurait trouver dans ce cahier, et plus généralement dans le corpus malebranchiste, de réflexion sur le sens de ces nouveaux concepts mathématiques (infinitésimales, incomparables, différentiation, intégrales définies/indéfinies, etc.). Or il arrive évidemment à l'Oratorien d'utiliser le terme de méthode, dont il fait même le titre du sixième livre de sa *Recherche de la Vérité*. Ce terme a alors encore une résonance cartésienne : exposer les règles pour bien mener sa pensée, ménager l'étendue de son esprit, apprendre à former des jugements corrects en distinguant des critères d'erreur et de vérité. Ce sont alors l'arithmétique et l'algèbre qui sont convoquées dans cette approche méthodologique. Or l'analyse leibnizienne et plus généralement le calcul infinitésimal, s'ils sont évoqués dans les dernières éditions de la *Recherche*, ne sont jamais décomposés de sorte à trouver la « clé » de leur réussite et de leur vérité en vue d'en faire un modèle pour la méthode.

Il apparaît donc que la transformation du titre de cet ouvrage témoigne d'emblée du rapport plus général de Malebranche à l'égard de l'analyse infinitésimale : il la travaille, il l'utilise, mais il y voit avant tout un calcul et des procédures de résolution qu'il n'associe pas immédiatement à une réflexion sur les opérations de l'esprit.



### Les règles de calcul

L'aspect calculatoire de ce texte se renforce par la manière dont Malebranche débute son texte. Sans aucun autre préambule, il commence par exposer une formule. Il ne reprend même pas ce qui servait de (très) brève introduction au sujet dans le texte de Bernoulli, à savoir la phrase liminaire rappelant que la manière de trouver les intégrales des

---

**12** OC, XVII-2, 284 (note p. 179, ligne 1).

différentielles est l'inverse de celle qui a déjà été présentée dans des textes précédents[13], à savoir chercher les différentielles de quantités données[14].

Malebranche passe également sur les intégrales élémentaires en $ax^p dx$ ($p$ entier) pour en venir à la formule générale : $\frac{a}{p+1} x^{p+1}$ est l'intégrale de $ax^p dx$.

On constate d'emblée que ce traité ne partage pas le caractère synthétique que dans une certaine mesure possède encore l'ouvrage de L'Hospital qui, après un bref historique en forme d'introduction, présente ses définitions et postulats dont sont censées être déduites les propositions. En particulier, la définition du concept d'intégrale fait défaut dans le texte de Bernoulli comme dans celui de Malebranche. Bernoulli rappelle simplement qu'il s'agit de l'opération inverse de celle qui consiste à chercher la différentielle d'une quantité donnée.



Cependant, une définition émerge au milieu de ces différentes formules :

> On appelle grandeur absolue celle qui est la racine de la puissance qui est l'intégrale de la différentielle[15].

Ce terme de grandeur absolue n'est pas propre à Malebranche, mais à Bernoulli. On la retrouve plus loin dans le texte du mathématicien suisse[16]. Il y fait également allusion dans sa correspondance avec L'Hospital[17]. Il entend alors par grandeur absolue le polynôme sous la racine. La formulation de Malebranche peut paraître plus complexe dans

---

13 Bernoulli pense en fait à l'ouvrage de l'Hospital, qu'il cite en note (OO, III, 387).

14 «*Vidimus in praecedentibus quomodo quantitatum differentiales inveniendae sunt, nunc* vice versà *quomodo differentialium integrales, id est, eae quantitates quarum sunt differentiales inveniantur, monstrabimus* » (OC, XVII-2, 178 ; *Opera omnia*, III, 387).

15 OC, XVII-2, 179.

16 *Opera omnia*, III, 388 : « [...] *ante omnia considerandum est, an quantitas proposita sit productum alicujus differentialis in multiplum suae absolutae ad certam quandam potestatem elevatae* » (« il faut avant tout considérer si la quantité donnée est le produit d'une différentielle par un multiple de sa quantité absolue élevée à une certaine puissance. »)

17 « À L'Hospital », lettre du 23 juin 1695, *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli,* Pierre Costabel, Jeanne Peiffer & Otto Spiess (éd.), Basel/Boston/Berlin, Birkhauser, 1955-1992, t. I, p. 293.

le sens où elle part de la quantité à intégrer (par exemple, $3x^2dx$) et non de « l'intégrale » ($x^3$) et qu'elle fonctionne aussi pour tous les coefficients, et pas uniquement 2 ; autrement dit, elle ne désigne pas seulement des polynômes contenus sous une racine *carrée*. Par exemple, la grandeur absolue de $\frac{ydy}{\sqrt{a^2+y^2}} = ydy(a^2+y^2)^{-\frac{1}{2}}$ est $a^2 + y^2$. Cette notion apparaît dans les procédés de changements de variables : il s'agira de prendre comme nouvelle variable celle qui est égale à la « grandeur absolue » de la quantité.

Sur ce point, nous rejoignons donc absolument Pierre Costabel qui, à propos de cette définition malebranchiste de la grandeur absolue d'une quantité à intégrer, estime qu'elle témoigne de « la possession par l'auteur du sens du formalisme de l'algèbre et du mécanisme de changement de variable[18] ». En effet, on constate notamment que la généralisation à tous les coefficients (rationnels) atteste une certaine maîtrise de la part de Malebranche des procédures algébriques et de leur signification. Il s'agit en tout cas d'un premier apport malebranchiste au texte de Bernoulli.



Après la formule, la règle. Un premier calcul d'intégrale est donc exposé : il utilise ce changement de variable, substituant à une grandeur donnée sa grandeur absolue. Pour que la méthode fonctionne, il faut dans ce cas pouvoir trouver une expression formée à partir de la grandeur absolue qui, multipliée par la différentielle de l'absolue, puisse donner la différentielle de départ.

Sur l'exemple d'intégrale à calculer, nous pouvons remarquer deux choses :

– Malebranche choisit un exemple plus complexe que celui de Bernoulli puisqu'il implique des coefficients fractionnaires. Ce qui rejoint la correction qu'il apporte à la définition de la grandeur absolue, l'élargissant à ce type de coefficients ;
– Il évite de tomber dans le cas de figure où l'on cherche l'intégrale de $\frac{dx}{x}$.

Dans le texte de Bernoulli, on trouve en effet intégrale de $\frac{dx}{x} = \frac{1}{0} \times 1 = \infty$. Hésitations caractéristiques que l'on retrouve sous la plume du copiste Carré, corrigées en partie par Byzance, mais de manière évidemment non satisfaisante en l'absence de la solution logarithmique. Malebranche

18 OC, XVII-2, 284 (2e note p. 179).

a l'intelligence de ne pas reprendre cet exemple mais ne dit pas pourquoi la règle ne s'applique pas dans ce cas.

Il s'ensuit une série d'exemples d'intégrales qui peuvent donc être calculées par la règle qui vient d'être définie. Nous exposons dans le plan du document qui suit ce chapitre les procédés élémentaires à suivre dans ces différents cas pour retrouver une expression facilement intégrable. On remarque l'effort pédagogique de Malebranche d'explication du calcul, avec par exemple l'ajout d'une « deuxième règle » annexe à la première, ou « règle générale[19] », qui permet de bien décomposer les calculs.



D'autre part, Malebranche ajoute, par rapport au texte de Bernoulli, l'application du calcul à un cas particulier : la rectification de la parabole cubique seconde[20]. Il s'agit ici de la courbe d'équation $y^3 = ax^2$. Pourquoi Malebranche s'est-il intéressé à ce cas particulier ? Selon Pierre Costabel, c'est le succès du calcul pour la rectification de la parabole cubique seconde et son échec, paradoxal, pour la parabole cubique première, qui aurait attiré son attention. Toutefois, une telle comparaison n'est pas évoquée dans ce passage. Quoi qu'il en soit, on peut noter une nouvelle fois la tendance malebranchiste à chercher immédiatement des applications géométriques particulières à ces effets nouveaux du calcul quand Bernoulli progresse à ce point du texte dans le sens de la complexification des procédures de calcul. Il faut noter cependant que Bernoulli traite lui-même cette courbe et de sa rectification, mais à la « Leçon XIX » seulement, en exposant le même résultat pour l'intégrale définie, à savoir $\frac{8a}{27}$[21].

Nous savons par cet exemple que Malebranche est revenu ultérieurement sur ce cahier puisqu'il conclut son calcul de la rectification par une référence aux *Sections conique*s de l'Hospital qui donne une autre manière de la calculer[22]. Or ce traité ne fut publié qu'en 1707.

19 « Deuxième règle : Il faut trouver quelque grandeur qui ajoutée, et ensuite retranchée de $xdx\sqrt{a+x}$ sera cause que l'on pourra appliquer la règle générale à cet exemple » (OC, XVII-2, 185).

20 OC, XVII-2, 182-183.

21 *Opera omnia*, III, 443-446.

22 OC, XVII-2, 184.

En ce qui concerne la reprise malebranchiste des calculs d'intégrales de Bernoulli, il y a peu de choses à remarquer, si ce n'est le plus grand effort de présentation opéré par l'Oratorien, insistant sur ce qui lui semble plus important et explicatif[23] et une numérotation de ce qu'il appelle les « modes » de calcul[24].

Il faut également noter une autre initiative malebranchiste à la fin de ce dernier cahier : l'emploi d'un signe ∫*e* surmonté lui-même de ce même signe, que Pierre Costabel rapproche d'un signe de sommation[25]. On retrouve ailleurs ce symbole dans le texte[26] alors que Malebranche utilise aussi le signe simple « ∫ ». Il est néanmoins difficile de considérer qu'il lui donnait un sens spécifique. Il est en tout cas étonnant qu'il l'utilise pour la première fois à cette page, alors qu'il a constamment été question jusqu'à présent de calculs d'intégrales.

Ces différents calculs correspondent donc à la première leçon du texte de Bernoulli, intitulée *De Natura & Calculo Integralium*. Malebranche poursuit le texte de Bernoulli, en enchaînant avec la deuxième leçon, *De Quadratura spatiorum*.

### Quadratures d'espaces

#### Considérations générales

Pendant un temps, Malebranche suit donc mot pour mot le texte de Bernoulli. Il s'agit d'appliquer les calculs d'intégrales à des quadratures d'espaces divers et variés. Les deux auteurs sont donc d'accord pour les considérer comme l'usage principal du calcul intégral, Malebranche reprenant ici à la lettre les considérations de Bernoulli. Les figures sont quasiment les mêmes.



---

23 Voir le commentaire « Ceci vaut mieux que tout ce qui précède » en marge d'un passage de Bernoulli (OC, XVII-2, 193).

24 Voir en particulier OC, XVII-2, 195, où Malebranche parle de « *modus maxime notandus* ». Il s'agit alors d'une technique de changement de variable, et non plus de simplification par transformation de l'expression initiale.

25 OC, XVII-2, 285 (note p. 199).

26 OC, XVII-2, 250-251, 257, 279.

Ce qui est intéressant, c'est la manière qu'ils ont de concevoir un espace comme divisé par une infinité d'« espaces différentiels » :

> *Considerantur autem spatia ut divisa in infinitas partes quarum unaquoeque pro differentiali spatii haberi potest*[27].

S'agit-il, dans la considération du rapport entre un espace et ses parties constituantes, de la méthode des indivisibles, en tout cas de certaines de ses interprétations ? Certes non. Bernoulli, et à sa suite Malebranche, n'affirment pas qu'un espace est la somme de ses lignes[28]. Un espace est constitué d'une infinité d'espaces, et non d'éléments incomparables comme des lignes. Ces espaces constitutifs sont différentiels. Ces considérations peuvent sembler intuitives, mais sont en réalité loin de l'être du fait de l'introduction de ces mystérieux termes : infinité, espaces différentiels.



On sait comment ce terme d'espace différentiel a été interprété : si $x$ désigne l'abscisse et $y$ l'ordonnée des points d'une courbe, l'espace différentiel de l'espace compris entre cette courbe et l'axe des abscisses est $ydx$, soit l'ordonnée multipliée par une différentielle d'abscisse. Ceci ne fait que déplacer le problème car la base de ce rectangle différentiel, à savoir une grandeur différentielle, ou ce que L'Hospital nomme un infiniment petit, n'est pas clairement conçue. Ne revenons pas ici sur les querelles et controverses entourant la signification de ces termes : différentielles, infiniment petits. Précisons simplement que cette interprétation géométrique du calcul intégral est loin d'être aussi évidente que ce passage de Bernoulli ne pourrait le laisser entendre. Mais ce qui ne laisse pas de surprendre, c'est que Malebranche reprenne si hardiment ces expressions quand on sait que tout ce qui reste de cartésien dans

27 « Que l'on considère des espaces comme divisés en parties infinies dont chacune peut être prise comme un espace différentiel » (OC, XVII-2, 200).

28 En réalité, ce n'était pas l'idée de Cavalieri de considérer un espace comme la somme ou l'ensemble de toutes ses lignes. Sa méthode consistait plutôt à faire correspondre les éléments constitutifs d'un objet géométrique à ceux d'un autre objet géométrique dont on connaît la mesure, sans spéculer sur la somme infinie de ces éléments.

le milieu mathématique de l'époque combat farouchement ce genre de descriptions.

Il faut aussi remarquer que cette description suppose les postulats de L'Hospital, si l'on s'en tient déjà au cas simple de division d'espaces par des rectangles infinitésimaux. Pour supposer qu'un espace courbe puisse être considéré comme constitué par une infinité d'espaces infinitésimaux de type *ydx*, c'est-à-dire de rectangles infinitésimaux, il faut en effet admettre qu'une courbe puisse être assimilée à un polygone d'une infinité de côtés. C'est le deuxième postulat de l'*Analyse des infiniment petits*[29]. Or la formulation de ce postulat se retrouve dans les travaux de l'Hospital de 1691-1692, comme l'atteste une copie de Carré présente dans l'édition critique de Pierre Costabel[30]. Il s'agit d'un texte de 1690 de l'Hospital traitant de la manière de déterminer les tangentes des lignes courbes. Ce document commence par cette « supposition » :

> Les lignes courbes se peuvent considérer comme des polygones d'une infinité de petits côtés égaux.

Il s'ensuit une série d'exemples, et se conclut par le fait que :

> Cela n'a pas besoin de preuve. < car cela est renfermé dans l'idée même de la courbure >.

Un tel postulat est donc admis depuis un certain temps dans le milieu mathématique malebranchiste. Mais alors que Descartes ne pouvait accepter une telle assimilation d'une ligne courbe à une droite dans la mesure où la proportion entre l'une et l'autre ne peut être clairement



---

29 Guillaume François Antoine de L'Hospital, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, 1696, p. 3 : « Demande ou supposition II : On demande qu'une ligne courbe puisse être considérée comme l'assemblage d'une infinité de lignes droites, chacune infiniment petite ; ou (ce qui est la même chose) comme un polygone d'un nombre infini de côtés, chacun infiniment petit, lesquels déterminent par les angles qu'ils font entr'eux, la courbure de la ligne [...]. »

30 OC, XVII-2, p. 22.

conçue[31], les amis de Malebranche l'entérinent sans même en exiger de preuves ou de démonstration.

Quoi qu'il en soit, il est certain que ce postulat s'inscrivant dans le cadre de problèmes relatifs au calcul différentiel ouvre la voie à la méthode d'intégration et de quadratures d'espaces par somme de rectangles infiniment petits puisqu'il permet d'affirmer que le petit côté du rectangle, s'il devient infiniment petit, peut être assimilé à une partie infiniment petite de la courbe.

#### Quadratures de cercle et d'hyperboles

**210** Venons-en à présent aux exemples étudiés. Ils se concentrent sur les quadratures de cercles et d'hyperboles. Ces cas ont particulièrement intéressé Malebranche car il classifie, de manière plus méthodique que ne l'avait fait Bernoulli, les différentielles du cercle[32] et de l'hyperbole[33]. Il ordonne ces différentielles selon le segment caractéristique du cercle ou de l'hyperbole que l'on entend différentier. Il s'offre alors différentes manières d'intégrer l'espace compris sous le cercle ou le demi-cercle, et donc différents espaces caractéristiques se trouvent ainsi calculés. En reprenant la classification des différentielles du cercle[34], on obtient, par exemple, comme quadratures :
– L'espace CKMP si l'on différentie selon $x$ et que l'on considère $x$ = CP ;
– L'espace APM si l'on différentie selon $x$ et que l'on considère $x$ = AP.

---

**31** *La Géométrie* : AT, VI, 412.
**32** OC, XVII-2, 243-245.
**33** OC, XVII-2, 207-209.
**34** OC, XVII-2, 242-243.

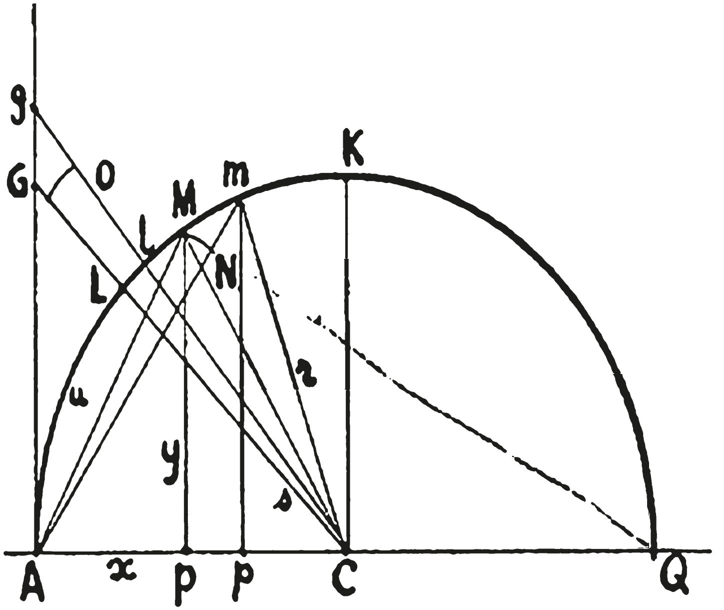


Fig. 2

Ces exemples sont probablement les plus simples. Mais ce qui est remarquable, c'est la manière dont Malebranche détaille et explique tous les cas de figure, selon que l'on considère :

$$AP = \frac{a^2}{x};\ AP = \frac{x^2}{a}$$

$$CP = \frac{a^2}{x};\ CP = \frac{x^2}{a}$$

$$PM = x;\ PM = \frac{a^2}{x}$$

Malebranche fait le même travail pour l'hyperbole. Le moins que l'on puisse dire, c'est qu'il avait parfaitement assimilé l'esprit de cette méthode d'intégration, d'autant qu'une telle richesse d'explications n'apparaît pas dans le texte de Bernoulli. Ce dernier ne donne que deux ou trois quadratures possibles pour le cercle ou l'hyperbole. Il s'intéresse rapidement à des courbes plus complexes (cycloïde, spirale logarithmique, chaînette, et toutes sortes de caustiques).

Il faut toutefois admettre que si le document témoigne jusque là d'une véritable maîtrise malebranchiste de nouvelles notations, de nouveaux calculs et de nouvelles méthodes, les calculs en eux-mêmes demeurent relativement élémentaires. Après ce bel exposé sur les différentielles de cercle et d'hyperbole, Malebranche, suivant toujours Bernoulli, en vient toutefois à des calculs un peu plus élaborés qui consistent à ramener, par le calcul intégral, des quadratures d'espaces donnés à des quadratures de cercle ou d'hyperbole :

> *Omnes hae diversae expressiones eamdem quadraturam circuli et hyperbolae, sed diverso modo sumptam includunt ; si itaque differentiale cujusdam spatii ad unam harum formularum redigi potest, poterit dari circulus vel hyperbola spatio dato aequale* [...][35].



Il s'agit donc de se retrouver avec une expression qui soit un produit dont un des facteurs soit une quantité rationnelle et l'autre facteur corresponde à l'ordonnée du cercle ou de l'hyperbole, c'est-à-dire $\sqrt{ax-x^2}$, ou $\sqrt{a^2-x^2}$, ou $\sqrt{a^2+x^2}$, ou $\sqrt{x^2-a^2}$. Il y a alors deux cas de figure. Le premier, le plus simple, suppose de transformer la quantité rationnelle de telle sorte que l'expression générale puisse être intégrée. Malebranche reprend alors l'exemple de Bernoulli : $xdx\sqrt{2ax+x^2}=(adx+xdx)\sqrt{2ax+x^2}-adx\sqrt{2ax-x^2}$ : une intégrale calculable et une intégrale d'hyperbole.

Mais ce cas de figure n'est pas toujours possible, et Malebranche reprend alors ici la règle de calcul qui peut permettre, en transformant l'expression, de retrouver une forme intégrable. Or l'explication littérale de cette règle donnée par Bernoulli et Malebranche est assez embrouillée, alors qu'elle relève en réalité d'un principe relativement simple. Il s'agit en fait de décomposer l'expression en somme de fractions de la forme $\frac{\lambda du}{\sqrt{u}}$ de primitive $2\lambda\sqrt{u}$. Malebranche indique bien qu'il s'agit de transférer la racine carrée au dénominateur, mais sans révéler qu'il

35 « Toutes ces diverses expressions renferment la même quadrature de cercle ou d'hyperbole, mais sommée de différentes manières ; c'est pourquoi si on peut ramener la différentielle d'un espace quelconque à une seule de ces formules, on pourra tenir le cercle ou l'hyperbole égal à l'espace donné. » (OC, XVII-2, 208-209 ; OO, III, 396).

s’agit de pouvoir retrouver en numérateur la différentielle de la quantité sous la racine.

Expliquons donc le premier exemple présenté par Malebranche de ce type de calcul :

Soit la quantité à intégrer : $(a^2x+x^3)dx\sqrt{x^2-a^2}$.
Transformons cette quantité (par commodité, nous oublierons les *dx* pendant ces transformations) :

$$(a^2x+x^3)dx\sqrt{x^2-a^2}=x(a^2+x^2)\sqrt{x^2-a^2}=\frac{x(x^4-a^4)}{\sqrt{x^2-a^2}}.$$

Transformons le numérateur

$$x(x^4-a^4)=x^5-xa^4=x^5-\frac{4}{5}a^2x^3-\frac{4}{5}a^2x^3-\frac{8}{15}a^4x+\frac{8}{15}a^4x-a^4x.$$

Soit $x^5-\frac{4}{5}a^2x^3$ le numérateur de la quantité « A ».

Soit $a^4x$ le numérateur de la quantité « B ».

Soit $\frac{4}{5}a^2x^3-\frac{8}{15}a^4x$ le numérateur de la quantité « C ».

Soit $\frac{8}{15}a^4x$ le numérateur de la quantité « D ».

Pour obtenir en A une quantité de la forme $\frac{\lambda du}{\sqrt{u}}$, il faut multiplier au numérateur et au dénominateur par $x^4$.

A devient : $\frac{x^9-\frac{4}{5}a^2x^7}{\sqrt{x^{10}-x^8a^2}}$, soit $10.\frac{du}{\sqrt{u}}$ pour $u = x^{10}-a^2\,x^8$.

Par ordre croissant des $x$, prenons maintenant la quantité C, multiplions-la par $x^2$ au numérateur et au dénominateur.

C devient : $\frac{\frac{4}{5}a^4x^5-\frac{8}{15}a^4x^3}{\sqrt{x^6-x^4a^2}}$, ce qui est de la forme $\frac{15}{2a^2}.\frac{du}{\sqrt{u}}$ avec $u = x^6-x^4a^2$.

Il ne reste plus que les expressions en $x$, c’est-à-dire B et D. En regroupant ces deux quantités (ce que, du reste, n’ont fait ni Bernoulli ni Malebranche), on obtient : $\frac{7a^4x}{\sqrt{x^2-a^2}}$, c’est-à-dire une expression de la forme $\frac{-7a^4}{2}\frac{du}{\sqrt{u}}$, avec $u = x^2-a^2$.

On peut donc trouver l'intégrale de chacune de ces expressions, sachant que la primitive d'une expression de la forme $\frac{\lambda du}{\sqrt{u}}$ est $2\lambda\sqrt{u}$[36].

Le calcul de cette primitive pourrait être directement rapporté par Malebranche à la formule générale donnée en première ligne de la première page, à savoir :

$$\frac{a}{p+1}x^{p+1} \text{ est l'intégrale de } ax^p dx.$$

Mais pour expliquer ce calcul de primitive, Malebranche transforme alors étrangement l'expression initiale par cette « règle générale » :

« la différence $pax^{p-1}dx$ a pour intégrale $\frac{pax^{p-1+1}dx}{(p-1+1)dx} = ax^p$[37]. »

Nous remarquons alors la confiance que Malebranche manifeste à l'égard des formules générales qu'il est prêt à appliquer mécaniquement, remplaçant les symboles de coefficients par des nombres quelconques et les manipulant comme tels. Dans la mesure où ces manipulations de formules sont tout à fait de l'initiative de Malebranche, on peut y voir un nouveau signe de son attachement à ces nouvelles notations, et le plaisir qu'il prend à les manipuler. Pierre Costabel y voit une forme de « confiance naïve[38] ». Certes, mais c'est peut-être également le signe remarquable d'une tournure d'esprit algébrique. Ce qui intéresse Malebranche ici, c'est la manipulation des signes, et donc la vérité qui peut s'en dégager, et non la signification géométrique des termes manipulés. C'est pourquoi, si nous avons rappelé jusqu'à

---

36 Il faut préciser qu'on trouve un certain nombre de fautes en page 212, c'est-à-dire sur la copie Carré. Ces fautes sont absentes de l'édition des *Leçons* de 1742. Malebranche lui-même rectifie ces erreurs, puisque la page 213 est correcte. Dans l'expression de C, Carré écrit $-\frac{8}{5}$ au lieu de $-\frac{8}{15}$ ; dans l'expression de D, au lieu de l'expression correcte, il reporte :

$$\frac{8a^4x^6dx}{\sqrt{x^2-ax}}$$

Dans l'expression de départ, il note également à un moment au lieu de $\sqrt{x^2-ax^2}$ et il intervertit souvent dans le cours du calcul *dx* et *dy*. On peut considérer avec Pierre Costabel (p. 286, note p. 215) que Malebranche avait aussi sous les yeux l'original correct et non la copie erronée de Carré.

37 OC, XVII-2, 217.

38 OC, XVII-2, 286 (note p. 217).

présent l'approche essentiellement pragmatique du nouveau calcul par Malebranche, il faut insister ici sur le fait que ces nouveaux procédés épousent un style de pensée propre à ce dernier, une pensée en un sens « aveugle », par la confiance qu'elle manifeste à un formalisme mathématique bien compris.

Après avoir remarqué que tout ce qui vient d'être dit à propos des quadratures d'espaces convient également aux solides, c'est-à-dire aux calculs de cubatures, Malebranche en vient à l'analyse de quelques cas précis.

L'analyse de ces quelques problèmes particuliers par Malebranche, à la suite de Bernoulli, mérite quelques développements par les procédures et les concepts qu'ils engagent.

Jusqu'à présent, Malebranche s'était intéressé aux quadratures de cercle ou d'hyperboles, et celles réductibles à ces deux cas. Que cherche-t-il à démontrer dans l'étude des deux problèmes suivants dont il détaille l'étude ? Il faut d'abord rappeler que Malebranche reprend ici des exemples étudiés par Bernoulli aux Leçons III et IV[39]. Cependant, ce dernier établissait une suite de huit problèmes étudiés, et dans son cahier, Malebranche ne s'intéresse qu'au premier et au dernier. Les cas examinés par Bernoulli ont dû lui sembler redondants par rapport à ce qu'il cherchait à mettre en évidence.

Le premier exemple a pour intérêt de déterminer l'espace correspondant à une intégrale de valeur négative[40]. Ce cas va conduire Malebranche à interpréter dans le deuxième exemple, présenté comme un « problème »,



39 Jean Bernoulli, OO, III, 399-407.

40 Comme le mentionne Pierre Costabel (OC, XVII-2, 286 [note p. 225, ligne 11]), l'interprétation, de Bernoulli et reprise par Malebranche de l'intégrale définie est alors assez empirique et embarrassée. Il s'agit tout d'abord d'affirmer que l'intégrale étant négative, elle désigne l'espace compris de l'autre côté du point d'abscisse x (« *hoc vero, quia est quantitas negativa ostendit non esse aequale spatio ABFGD, sed reliquo GFCE* » [« Parce que c'est une quantité négative, cela montre qu'elle n'est pas égale à l'espace ABFGD, mais à celui qui reste GFCE »]) et qu'ensuite $\frac{a^3}{x}$, intégrale de la courbe, diminue quand $x$ augmente, alors que l'espace augmente en même temps que les $x$. La nature de cette explication est de suggérer que la valeur de cette intégrale doit converger à l'infini.

une intégrale indéfinie, de borne supérieure indéfinie et *ipso facto* la question problématique du passage à l'infini. Pour la première fois dans le cahier, il expose également des calculs de *maxima*. Autant de notions au carrefour des mathématiques et de la métaphysique.

De quoi est-il précisément question ? D'une courbe d'équation $a^7x - a^8 = x^6y^2$ dont on cherche le cercle (en l'occurrence le demi-cercle) d'aire égale à celle de la courbe. C'est en un certain sens un mode de réduction de l'infini au fini. En effet, il s'agit de rendre égale à une expression finie d'une figure terminée – celle du demi-cercle – l'expression d'une figure déterminée par une courbe contenant une branche asymptote.

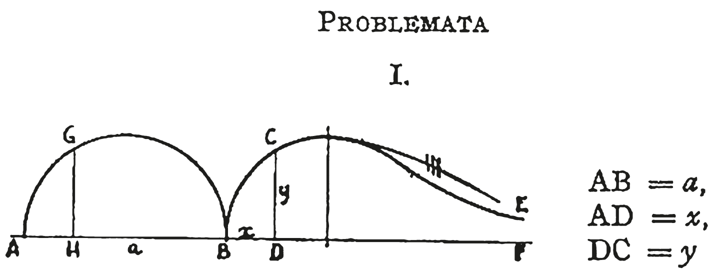


Fig. 3

Dans ce calcul, Malebranche considère les deux cas, de l'intégrale positive ou négative. Dans le cas d'une expression positive de l'intégrale que, par un changement de variable adéquat, on a rendue identique à celle d'un cercle, l'espace correspondrait au segment fermé BCD. Mais Malebranche, à la suite de Bernoulli, se trouve face à une expression négative de l'intégrale. Il l'interprète dans ce cas, comme dans le cas précédent, comme correspondant à l'espace « qui reste », à savoir FDCE[41].

Ce problème entraîne Malebranche à étudier pour la première fois au voisinage de l'infini, et ainsi à employer le signe désignant l'infini. Reprenons les lignes où Malebranche, recopiant Bernoulli, manipule ce signe :

41 « [...] *integrale, qui est quantitas negativa, ostendit non spatio BCD sed reliquo DFEC esse aequale* » (OC, XVII-2, 225 ; OO, III, p. 400).

*Si vero* $x = \infty$, $x - a = x$, et $a^7x = x^6y^2$, $a^7 = x^5y^2$. *Hinc* $x^5a^5 :: a^2y^2$. *Quia itaque x infinities major quam a, a quoque infinities major erit quam y. Ergo y in hoc casu = 0, id est curva et recta occurunt ex infinito*[42].

Malebranche n'écrit donc pas quelque chose qui signifierait que « *n* tend vers l'infini » mais « si $x = \infty$ ». L'infini mathématique désigné dans ces lignes n'est donc pas de l'ordre de l'infini potentiel, au sens d'une limite dont les grandeurs mathématiques se rapprochent toujours par un processus indéfiniment renouvelable sans pouvoir actuellement l'atteindre. La phrase suivante le confirme :

*Ergo y in hoc casu = 0, id est curva et recta occurunt ex infinito.*

Les deux lignes ne se rapprochent pas indéfiniment l'une de l'autre à mesure qu'*y* diminue, elles se rencontrent effectivement à l'infini. Répétons-le, Malebranche reprend ici les termes de Bernoulli, mais à aucun moment, par une note ou simplement en sautant ce passage, il ne marque de réserve à l'égard de ce langage. Quel est alors cet infini qui se cache derrière ce signe « ∞ » ? Cette question ne peut trouver de réponse qu'en examinant les différents sens de la notion d'infini dans les textes malebranchistes, auxquels nous consacrons le chapitre suivant. Soulignons cependant un point qui a directement à voir avec le cas de cette intégrale négative.

Malebranche affirme régulièrement que l'étendue intelligible est actuellement infinie, et s'appuie sur cette proposition pour démontrer la vision en Dieu dans les *Entretiens sur la métaphysique et sur la religion*[43]. Il lui faut tout d'abord démontrer que cette infinité est effectivement présente à notre esprit et connue en tant que telle. Pour le constater, il n'y aurait qu'à se tourner vers les « géomètres » et leur connaissance actuelle de l'infini de l'étendue intelligible représentée. Malebranche se réfère alors à leur connaissance certaine du comportement de certaines



42 OC, XVII-2, 227. « Si $x = \infty$, $x - a = x$, et $a^7x = x^6y^2$. D'où $x^5a^5 :: a^2y^2$. $x$ étant alors infiniment plus grand que *a*, *a* est aussi infiniment plus grand que *y*. Donc *y* dans ce cas = 0, c'est-à-dire que la courbe et la ligne se rencontrent à l'infini. »

43 C'est l'objet des deux premiers Entretiens.

courbes au voisinage de l'infini mais s'appuie sur un exemple en quelque sorte inverse de celui de l'intégrale négative :

> Tous conviennent que l'hyperbole et ses asymptotes, et plusieurs autres semblables lignes continuées à l'infini, s'approcheront toujours sans jamais se joindre[44].

On comprend toutefois pourquoi Malebranche ne s'est pas appuyé sur l'exemple de l'intégrale négative. Dans le texte des *Leçons*, Malebranche cherche à démontrer l'égalité de deux aires, dont l'une a une valeur finie. Dans ce cas, il doit donc supposer le passage à la limite pour affirmer que l'aire sous la courbe qui se continue à l'infini est égale à l'aire du demi-cercle. Dans le texte des *Entretiens*, la perspective n'est pas celle d'une comparaison entre une grandeur déterminée par une ligne asymptotique et une grandeur finie. Il s'agit plus exactement de faire entendre la présence indubitable à l'esprit de l'infini en tant que tel, qui pourtant « déborde » toujours toute représentation. L'indubitabilité de cette présence de l'infini en tant que tel serait attestée par notre capacité d'affirmer à son propos des propositions certaines[45].



Dans le cas qui nous intéresse, toutefois, affirmer que les courbes se rencontrent actuellement à l'infini semble supposer une grandeur $x$ infinie. Or rappelons que pour Malebranche, toute grandeur est un rapport, un terme relatif. Seul l'infini, comme l'unité, est sans rapport à autre chose[46]. La notation $x = \infty$ de ce cahier pourrait reposer la question de la relation entre les concepts explicitement élaborés par Malebranche et qui engagent les mathématiques, comme ceux

---

44 *EMR*, I, § 9. Notons que c'est un des exemples évoqués par Leibniz pour affirmer contre Descartes que nous avons une certaine connaissance de l'infini : *Animadversiones in partem generalem principiorum cartesianorum*, Ad. artic. (26), GP, IV, 360.

45 Dans ce passage des *Entretiens*, l'autre exemple de processus indéfini sur lequel il est possible de conclure positivement est l'absence de racine carrée rationnelle de 8. On peut toujours trouver une fraction qui, multipliée par elle-même, s'en approcherait, sans jamais égaler 8.

46 « Car il n'y a rien de grand par soi-même et sans rapport à autre chose, sinon l'infini ou l'unité » (*RV*, VI, I, 5).

de grandeur et d'infini, et ceux utilisés dans la pratique réelle des mathématiques. Mais on peut également supposer que Malebranche cherche maladroitement à exprimer le concept de limite dont l'absence de définition claire à ce moment de l'histoire de la science mathématique rend délicate l'interprétation de ces propositions impliquant l'infini.

Reprenons toutefois le problème mathématique en question. Il succède à un problème de cubature d'hyperboloïde. Dans ce dernier cas, Malebranche n'évoque pas de quantité égale à zéro mais des quantités qui diminuent et augmentent de façon inverse. Il n'y est néanmoins pas fait référence à une asymptote. Il n'est donc pas directement question d'une analyse au voisinage de l'infini. Or le problème suivant consiste à comparer deux quadratures, dont l'une est finie, puisqu'il s'agit de l'aire d'un demi-cercle.

Il s'agit de rendre cette aire égale à celle de la figure BCEF, et cette figure n'est « terminée » qu'à l'infini. C'est la recherche d'égalités de ces deux quadratures qui force Malebranche, à la suite de Bernoulli, à rendre $x$ égal à l'infini, pour affirmer la réduction de la quadrature de BCEF à celle de AGB. Mais cette réduction séduisante de l'infini au fini se fait ici visiblement au détriment de la cohérence du concept de grandeur. La variable $x$ ne peut en effet à la fois être une grandeur, c'est-à-dire être un rapport, une relation à autre chose, et l'infini qui n'est pas une grandeur. On ne peut toutefois reprocher à Malebranche de ne pas user d'un concept rigoureux de limite que ni Bernoulli ou Leibniz n'avaient pu clairement établir.

Ces problèmes de passage du fini à l'infini réapparaîtront à l'occasion de la question des séries.

Il n'est pas utile de commenter en détail toutes ces études de courbes et le calcul de quadratures qui en résulte mais ce premier exemple mérite certainement de s'y attarder, en raison du rapport du fini à l'infini qu'il engage, et pour évaluer le type de technique mathématique employée par Malebranche pour résoudre ce genre de problème.

Quant au calcul lui-même, il comporte plusieurs étapes. Il s'agit tout d'abord de calculer l'aire BCD, portion d'aire comprise entre l'axe des $x$, une ordonnée $y$, et la courbe d'équation $a^7x - a^8 = x^6y^2$ évoquée plus haut. Pour cela, Malebranche utilise le procédé de changement de variable précisé plus haut dans le texte, en substituant $\frac{a^2}{m}$ à $x$[47]. Ce qui conduit à l'équation :

$$ydx = -\sqrt{am-m^2}\text{. Or l'aire BCD} = \int_a^x ydx \text{ donc aire BCD} = \sqrt{am-m^2}dm.$$

Il s'agit donc d'une intégrale négative. Or il suffit d'inverser les bornes de l'intégrale pour obtenir l'intégrale positive, ce que Malebranche décrit par une intuition géométrique, en affirmant que l'intégrale négative correspond au « reste » de l'espace BCEF don't BCD constituerait le complément.

220 Il s'agit ensuite de comparer cette aire avec celle du demi-cercle AGB. Le calcul vise à faire en sorte de trouver une expression de la quadrature du demi-cercle égale à la quadrature BCD. Il faut définir quelques paramètres, que n'évoquent ni Malebranche, ni Bernoulli : prenons B l'origine du repère, A a pour coordonnées ($a$, 0), et l'équation du demi-cercle de diamètre AB (= $a$) est :

$$m^2 + y^2 = am\text{, soit } y = \sqrt{am-m^2}.$$

Donc l'aire AGH pour G ($m$,$y$) est égale à l'aire BCD, soit $\int_m^a \sqrt{am-m^2}dm$.

Et c'est là que consiste le coup de force qui consiste à interpréter l'intégrale indéfinie BCEF. Le cas avait déjà été étudié juste avant dans l'exemple précédent au sujet d'une quadrature d'hyperboloïde, ce qui explique que Malebranche ne donne pas d'explication dans l'exemple que nous étudions. En dehors du manque de définition claire de ce qu'est l'intégrale définie, quand elle existe, Malebranche ne pose pas les conditions de son existence elle-même. Il se trouve que dans ce cas, l'intégrale indéfinie existe effectivement.

On obtient alors : Aire BCEF $= \int_m^{\infty} ydx$.

Considérant donc que AHG se comporte comme BCD, Malebranche en conclut, à la suite de Bernoulli, que l'espace total compris sous

47 OC, XVII-2, 222.

le demi-cercle est égal à l'espace BCEF. La justification d'une telle assimilation est donc liée, pour une part, à une intuition géométrique.

Le dernier point étudié est le calcul d'un maximum pour la courbe BCE : quelle abscisse $x$ pour l'ordonnée $y$ maximale ?

Malebranche va ensuite sauter la plupart des exemples étudiés par Bernoulli, en n'en reprenant que deux qui n'apportent rien d'essentiellement différent par rapport aux précédents.

Nous pouvons donc en venir directement à la reprise qui est faite par Malebranche du calcul des quadratures par l'usage des séries.

En réalité, l'analyse des séries dans le cadre du calcul intégral occupe une place importante dans l'ouvrage de Bernoulli[48]. Or comme l'annonce le titre de cet exposé, Malebranche n'en retient qu'un « extrait[49] ». En fait, il ne reprend que les premières lignes d'introduction consacrée à la méthode de Gregory, et laisse de côté toutes ses applications possibles que décline Bernoulli dans les leçons suivantes. Pierre Costabel nous donne quelques indications historiques sur la connaissance par le milieu malebranchiste des travaux de Gregory. Selon une correspondance entre Huygens et l'Hospital, ce dernier lui-même ne connaissait rien du mathématicien écossais, d'où l'absence de travaux consacrés à cette méthode. On peut donc comprendre que Malebranche lui-même n'ait pas une compréhension satisfaisante de ces séries de Gregory et pourquoi il ne commente pas toutes ces pages consacrées par Bernoulli à cette question[50]. Cette lacune est du reste regrettable, dans la mesure où la méthode des séries infinies met en jeu un passage de termes finis à une somme infinie dont il aurait été intéressant de savoir dans quels termes Malebranche aurait pu la commenter.

À la suite de cet extrait, le texte ne va plus être, pour l'essentiel, qu'une série d'analyses de quadratures de courbes, celles qui font l'objet de toute



48 Leçons 47 à 55, OO, III, 519-545. Bernoulli enchaîne ensuite avec l'étude des caustiques.

49 OC, XVII-2, 231.

50 OC, XVII-2, 288 (note p. 233, ligne 11).

l'attention des mathématiciens à cette date. Nous pouvons ainsi avoir une idée de l'état de la connaissance par Malebranche de la recherche mathématique. Il est à noter que toutes feront l'objet d'un examen plus détaillé, entourées de calculs plus assurés, dans l'*Analyse démontrée* de Reyneau, une dizaine d'années plus tard. Preuve de la rapidité avec laquelle la connaissance de ces courbes particulières et leur traitement par le calcul infinitésimal se sont développés à cette période.

La première courbe que Malebranche reprend dans son cahier est un genre de « *folium* », en l'occurrence la trisectrice de Mc Laurin, et le calcul est encore celui de sa quadrature[51]. Malebranche ne suit plus ici Bernoulli, qui passe à l'étude des caustiques après son long développement sur les séries infinies[52]. On constate effectivement qu'il n'y a plus de texte de Bernoulli en regard des calculs de Malebranche. Pierre Costabel considérait que ces pages traitaient d'un autre *folium*, celui dit de Descartes. Cette courbe et la trisectrice de Mc Laurin ne sont en effet pas sans rapport. Le *folium* de Descartes, c'est-à-dire la courbe d'équation $y^3 + x^3 = axy$, est étudiée trois pages plus loin par Malebranche[53]. L'éditeur nous rappelle donc une nouvelle fois les circonstances de la découverte de ce *folium* par le milieu malebranchiste[54]. Cette courbe a été étudiée par Descartes. L'Hospital avait interrogé Bernoulli à ce propos tout en précisant à son correspondant qu'il avait lui-même su la résoudre « par une voie bien différente de celle dont vous l'avez trouvé[55] ». C'est donc un problème sur lequel chacun travaillait de son côté[56] ; et l'on constate ici que Malebranche reprend le texte



51 La trisectrice de Mc. Laurin peut en effet être considérée comme un *folium* : on passe de l'une à l'autre par une rotation de 45° et une multiplication par la racine de trois des abscisses du *folium*. Les tangentes au point double font alors un angle de 60° avec l'axe, contre 45° pour le *folium*. D'autre part, cette mention de la trisectrice de Mc Laurin nous prouve que la courbe était donc connue avant 1742, date de la publication de l'ouvrage de Mc Laurin qui la contient.

52 Les dernières leçons de Bernoulli sont donc consacrées aux caustiques : leçons 56-59, OO, III, 546-558.

53 OC, XVII-2., 239-240.

54 OC, XVII-2, 288 (note p. 235, ligne 1).

55 *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*, *op. cit.*, t. I, p. 169.

56 Selon Bernoulli, ce problème serait en fait un des premiers que l'Hospital et Malebranche lui auraient proposé pour apprécier l'efficacité de son nouveau

de Bernoulli, et il croit au passage corriger une erreur de calcul[57]. Ce calcul ne présente pas de véritable originalité par rapport aux calculs précédents de quadrature.

Les pages suivantes concernent une courbe encore plus célèbre : la chaînette[58]. On peut considérer que Bernoulli le premier en donne l'équation dans les *Leçons*. Pour cela, il utilise des différences secondes, des $d^2x$[59].

Avant même l'étude de la chaînette, Malebranche consacre donc quelques lignes à un cas de figure requérant pour la première fois des différentielles secondes, qu'il appelle encore des « différences » secondes, pour résoudre un problème que l'Hospital avait rendu public dans une communication de 1693[60]. Il s'agit de calculer l'équation d'une courbe décrite en fonction du rapport des différences secondes de ses abscisses par rapport aux différences secondes de ses appliquées. On retrouve l'équation du cercle.





calcul (*ibid*., p. 169, n. 4).

57 OC, XVII-2, 239 où Malebranche remplace $\frac{5}{24}a^2$ par $\frac{13}{24}a^2$. Une autre version du calcul nous est également donnée par Huygens (*Œuvres complètes de Christiaan Huygens*, La Haye, Nijhoff, 1888-1950, t. X, n° 2777, 21 novembre 1692, p 374-380). Il le communique à l'Hospital dans sa lettre du 29 décembre 1692, *ibid*., lettre n° 2777, p. 348-355.

58 OC, XVII-2, 236-238.

59 La chaînette est, comme on le sait, une des courbes les plus étudiées à cette époque. Huygens, Leibniz et les frères Bernoulli s'y sont tout particulièrement intéressés. Huygens a en effet commencé par démontrer l'impossibilité d'un résultat supposé par Galilée, à savoir qu'il s'agirait d'un arc de parabole. C'est alors que Jacques Bernoulli lance un défi à Huygens ainsi qu'à Leibniz et Jean Bernoulli, en 1691. Il s'agissait d'en déterminer la nature. Sur les échanges de ces mathématiciens sur cette courbe, voir la « lettre de Huygens à Leibniz », du 9 octobre 1690 ; « lettre de Leibniz à Huygens », du 20 février 1691 (GM, II, 84) ; *Der Briefwechsel von J. Bernoulli, op. cit.*, t. I, p. 97-98. La réponse fut donc donnée à la fois par Leibniz (*Acta Eruditorum* juin 1691, GM, V, 243-247) et par Jean Bernoulli dans notre texte. La solution de ce dernier se fonde sur des considérations physiques.

60 Cité par Pierre Costabel (OC, XVII-2, 236) : *Mémoires de mathématiques et de physique tirés des Registres de l'Académie [royale des sciences]*, 31 août 1693, p. 131.

Le deuxième exemple nous reconduit à l'équation de la chaînette. Celle dont part Malebranche comporte également des différentielles secondes : $adsd^2x = dy^3$. Comme dans l'exemple précédent, il s'agit de prendre $ds$ comme constante. On suppose donc $ds^2 = dx^2 + dy^2$, ce qui permet d'arriver à l'expression de

$$d^2x = \frac{-dyd^2y}{\sqrt{ds^2-dy^2}}$$

et donc de $adsd^2x$. Le calcul est similaire aux précédents, et laborieux. On exprime $dy^2$, puis $ds$, que l'on intègre pour obtenir

$$s = \frac{ads^2\sqrt{ds^2-dy^2}}{ds^2.dy}$$

224 C'est ainsi qu'on obtient l'équation : $s^2dy^2 = a^2dx^2$ dont on tire les racines carrées de chaque membre. Le calcul aboutit ainsi à l'équation $sdy = adx$, dont Bernoulli a démontré qu'il s'agit de l'équation différentielle de la chaînette. Il a du reste retrouvé cette équation de trois façons différentes – sans utiliser le terme de chaînette – que Malebranche ne reprend pas entièrement. Les calculs des deux auteurs sont assez longs et complexes, du fait de l'usage constant de ces différentielles secondes.

Une autre courbe célèbre est étudiée aux pages suivantes : la cycloïde, ainsi que la compagne de la cycloïde. Cette courbe, on le sait, a été en particulier étudiée par Roberval dans son ouvrage, *De Trochoide et ejusque spatio* dans lequel il calcule les aires délimitées par une telle courbe. Il publie ses travaux à la suite de la demande de Mersenne, mais alors qu'il possédait certainement les résultats depuis plusieurs dizaines d'années, l'ouvrage ne paraît qu'en 1693. Malebranche en avait connaissance. Huygens, entre autres, s'était également intéressé à la quadrature de cette courbe, et n'était pas convaincu de la plus grande efficacité de la méthode leibnizienne par le calcul infinitésimal par rapport à celles de Fermat ou Pascal. Dans ce passage, Malebranche reprend les résultats de Roberval, retrouvés à partir du calcul intégral. On ne sait si Huygens a pu être convaincu par une telle présentation, pour peu qu'il en ait eu connaissance.

Il faut dire que la présentation de Malebranche est loin d'être claire mais on peut essayer de restituer le raisonnement. L'idée générale est de retrouver par le calcul intégral l'aire de la cycloïde que Roberval avait donc calculée auparavant. Comme on le sait, l'aire déterminée par Roberval est égale à $3\pi^2$. La méthode de ce dernier consiste à utiliser la méthode des indivisibles en comparant la partie de l'aire délimitée par la cycloïde et la compagne de la cycloïde (qui se trouve être une sinusoïde) à un demi-cercle déterminé par la courbe. D'autre part, la compagne de la cycloïde partage en deux parties égales un rectangle égal à $2\pi r^2$.

Malebranche part, quant à lui, d'égalités trigonométriques relativement triviales pour aboutir à une équation interprétant les variations d'aires en termes de différentielles[61]. Il retrouve effectivement de cette manière le résultat de Roberval.

Dans la suite, Malebranche propose des résultats originaux sur des quadratures possibles déterminées par la compagne de la cycloïde.

Ce passage sur la cycloïde nous permet de voir comment Malebranche entend retrouver par le calcul intégral les résultats de Roberval fondé sur les indivisibles, pour les justifier. La méthode des indivisibles n'a pas, en effet, la rigueur reconnue à la géométrie des Anciens. Il ne s'agit donc pas justifier la vérité du nouveau calcul en identifiant ses résultats à ceux obtenus par des calculs établis par des voies jugées plus certaines. L'objectif de cette démarche consiste inversement à justifier par un calcul général et certain le résultat que Roberval avait découvert de manière ingénieuse, et repris par Descartes, mais sans fondement parfaitement rigoureux. On constate ainsi la confiance accordée par Malebranche au nouveau calcul, autant si ce n'est plus sûr et justifié que celui des anciens.



61 L'équation dont part Malebranche : AK = 2, AM = $2\sqrt{rx}$ peut se comprendre si on pose $x$ = AP, comme c'est souvent le cas dans le texte. Mais ce n'est pas ici précisé. C'est le problème de ce calcul : le raisonnement est assez elliptique et ponctué de quelques approximations. Par exemple, si on suppose effectivement $x$ = AP, on a AM = $\sqrt{2rx}$ et non $2\sqrt{rx}$. Il confond en outre ici le segment KL et la différentielle de KL. Par rapport à la figure illustrant la quadrature de Roberval, A et B sont inversés, $x$ correspond à BE, M à F.

Dans son inventaire des courbes et problèmes célèbres, Malebranche travaille ensuite au problème de de Beaune, qui revient à calculer une courbe par une propriété de sa tangente. Ceci nécessite la résolution d'une équation différentielle, *adx=ydy-xdy*. Malebranche pense résoudre très facilement le problème grâce au nouveau calcul. Il déduit en effet de cette première équation l'équation suivante :

> $\int adx = \int ydy - \int ydy'$, d'où : $\int xdy = \int ydy - \int adx = \frac{y^2}{2} - ax$ = espace AKC, espace compris sous la courbe.

Il ne retient donc du problème que la possibilité de calculer des quadratures, puis des cubatures liées à cette équation différentielle de la courbe. Or, comme le rappelle Pierre Costabel, ce n'est pas là le point fondamental du problème de de Beaune[62].



Le problème avait néanmoins été étudié dans le milieu malebranchiste, en particulier par L'Hospital[63]. Le manque de compréhension des difficultés de ce nouveau calcul par Malebranche apparaît ici, tout

62 OC, XVII-2, 290 (note p. 249). Le calcul, que n'a donc pas repris Malebranche, consiste à poser $z = y - x$ or $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{y\text{-}x}$ donc $x = \int \frac{z}{a\text{-}z}dx$. Bernoulli remarque qu'il s'agit de la quadrature de l'hyperbole et le problème est alors résolu. Pour le calcul de Bernoulli, voir « Leçon XI », OO, III, 423-424. En termes actuels, nous pouvons déterminer l'équation de la courbe définie par cette équation différentielle. Il s'agit d'une courbe logarithmique. Les mathématiciens de l'époque, on le sait, n'avaient pas encore formalisé ce genre de fonction logarithmique et exponentielle. On a d'ailleurs vu comment Bernoulli, puis Malebranche, étaient embarrassés pour exprimer l'intégrale de $\frac{dx}{x}$. On considère que c'est Euler le premier qui analyse de manière systématique la fonction logarithmique. Il faut enfin noter que la courbe représentée en fig. 14 (p. 248) est fausse car la courbe ne doit pas passer par le point A. De ce fait, les calculs en page 249 se réfèrent à la fig. 14 et ne correspondent donc pas à des quadratures déterminées par la véritable courbe déterminée par le problème de de Beaune.

63 Cela est manifeste par la correspondance entre Huygens et L'Hospital de l'année 1693. Par exemple, dans la lettre du 10 août de l'Hospital à Huygens (*Œuvres complètes de Christiaan Huygens*, *op. cit.*, tome X, lettre 2815, p. 481-85) : « Lorsque M. Bernoulli était à Paris, il me vint voir et m'ayant dit qu'ils avaient fort travaillé son frère et lui sur l'inverse des tangentes, je lui proposais le problème de Mr de Beaune, dont il est vrai qu'il m'apporta la solution quelque temps après qui n'était pas fort différente de la mienne […] ». On peut remarquer que dans sa correspondance avec Huygens, L'Hospital a tendance à minimiser le rôle qu'a joué pour lui Jean Bernoulli dans la découverte de ces nouvelles méthodes.

comme son empressement à appliquer le calcul à des problèmes particuliers de quadratures ou de cubatures. Dans cette page, il applique très simplement les règles du calcul intégral. Il se trouve du reste qu'il travaille sur une figure fausse de la courbe logarithmique dont il est question avec le problème de de Beaune.

Ce qu'il y a de commun à Bernoulli et Malebranche sur cette question, c'est qu'ils considèrent le problème résolu non par la détermination directe de l'équation de la courbe cherchée, mais par son identité avec la quadrature d'une courbe connue, à savoir l'hyperbole. Autrement dit, le tracé et la construction de la courbe recherchée ne sont pas nécessairement l'objet de la détermination mathématique. En l'occurrence, la détermination d'une intégrale tient lieu de solution mathématique. Il faut noter que ce n'est évidemment pas la voie que suit Descartes pour la résolution de ce problème dans sa correspondance. En fait, sa solution se trouve donnée dans une célèbre lettre de ce dernier à de Beaune[64]. Il n'utilise pas la quadrature de l'hyperbole par l'expression d'une intégrale, mais cherche le point de la courbe qui est déterminé par la différence de deux limites. Ceci revient en réalité à calculer une quadrature, en l'occurrence par la sommation des sous-tangentes à la courbe, mais sans faire recours aux concepts du calcul intégral. La solution cartésienne est très ingénieuse, mais elle embarrasse Descartes lui-même. Elle fait en effet appel à une forme de passage à la limite, ce qui n'était pas le cas dans le calcul de la quadrature de la cycloïde. Dans ce dernier cas, la sommation d'éléments infinis était maintenue dans le cadre d'une approche finitiste, par comparaison bijective avec les éléments d'une figure finie. Rien de tel dans le cas de la courbe proposée par de Beaune. Descartes doit donc admettre que l'expression de la courbe qu'il vient de proposer ne peut être admise dans le cadre de la norme mathématique que la *Géométrie* définit. C'est



Au contraire, il se plaint même de ce que Bernoulli lui aurait volé la gloire d'un tel résultat en publiant avant lui ses résultats sur ce problème.

64 « À Debeaune », 20 février 1639 (AT, II, 510-519).

ainsi qu'il s'explique à de Beaune à propos des mouvements générateurs de la courbe :

> Mais je crois que ces deux mouvements sont tellement incommensurables, qu'ils ne peuvent être réglés exactement l'un par l'autre ; et ainsi que cette ligne est du nombre de celles que j'ai rejetées de ma Géométrie, comme n'étant que mécanique[65].

Leibniz prendra appui sur cet embarras cartésien pour affirmer les limites de la *Géométrie*[66]. Il s'empressera, et L'Hospital et Bernoulli à sa suite, de retrouver ce résultat par le calcul intégral. Sans comprendre tous les détails du calcul, Malebranche les suit donc sur cette voie. Les scrupules cartésiens disparaissent complètement du traitement malebranchiste de la question, et l'Oratorien se satisfait parfaitement du principe d'une solution exprimant une quadrature par la détermination d'une intégrale. Malebranche témoigne donc *ipso facto* de son appartenance au camp des partisans d'une nouvelle norme mathématique, en particulier dans le champ des procédures infinitistes.



Reprenons le cours du texte. L'aspect sinueux de ce cahier apparaît à nouveau avec le retour aux pages suivantes des calculs de quadratures et cubatures de la cycloïde, et de la compagne de la cycloïde. La seule différence consiste dans le changement de notation, puisque l'équation n'est plus exprimée par rapport aux segments caractéristiques de la courbe (ce que faisait aussi, par exemple, Roberval), mais de manière analytique, en fonction de l'abscisse $x$ et de l'arc de cercle $s$. À noter également le signe intégrale surmonté d'un autre signe d'intégrale, qu'on avait vu étrangement apparaître pour la première fois à la fin du premier cahier[67].

Les calculs qui accompagnent ces recherches de cubatures sont assez laborieux, parfois erronés. Ils témoignent d'un auteur s'entraînant à ces différents problèmes, ne s'attachant pas à mettre en forme des résultats

65 AT, II, 517.
66 GP, IV, 291-292.
67 OC, XVII-2, 199.

clairement établis et contrôlés. Le style oral que l'on trouve parfois confirme cette impression[68].

Un dernier calcul pour finir ce premier cahier : la quadrature d'une courbe que l'on cherche à ramener à un espace hyperbolique. Il s'agit de l'équation $\frac{2xdx}{a^2}\sqrt{x^4-a^4} = ydx$ (Malebranche donne directement l'équation en fonction de *dx*). Comme l'établit Pierre Costabel[69], il s'agit d'une variante d'intégrales étudiées à l'époque par L'Hospital, Leibniz et Bernoulli, qui travaillaient sur les quadratures de $\sqrt{x^4-a^4}$ ou $\frac{1}{\sqrt{a^4-x^4}}$, c'est-à-dire des intégrales de radicaux de binômes carrés. La méthode de calcul est toujours la même de la part de Malebranche : décomposition d'une intégrale en somme d'intégrales, emploi du calcul présenté plus haut[70], changement de variable si nécessaire. Il arrive ainsi à établir que cette quadrature est égale à un espace hyperbolique en calculant, dans un deuxième temps, la quadrature de l'hyperbole telle que CA soit égal à $\sqrt{2a^2}$[71]. Malebranche peut s'appuyer ici sur les résultats de quadratures d'hyperboles qu'il a établis précédemment pour orienter son calcul.

Ce cahier se termine donc par un inventaire un peu désordonné des courbes et quadratures les plus discutées à l'époque, en particulier par L'Hospital, Leibniz et Jean Bernoulli. Malebranche s'éloigne alors du texte des *Leçons* en appliquant parfois maladroitement les règles qu'il a appris à maîtriser en étudiant les premières Leçons. Il se désintéresse pour une grande part des sujets que Bernoulli développe largement, comme l'utilisation des séries infinies dans le calcul intégral et l'analyse des différentes caustiques. On constate d'ores et déjà que l'attention de Malebranche se focalise sur des calculs de quadratures et cubatures. C'est l'interprétation quasi constante qu'il donne au nouveau calcul.



**68** OC, XVII-2, 253 : « pour avoir le 1er, mettez pour *ds* sa valeur vous aurez [...] ».
**69** OC, XVII-2, 292 (note p. 255).
**70** OC, XVII-2, 212 *sq*.
**71** Voir fig. 16, OC, XVII-2, p. 254.

### Les documents A, B, C, D

#### Document A

Pierre Costabel édite à la suite du cahier central un cahier IV, constitué de ces quatre documents. Nous avons précisé plus haut à quoi correspond cette classification. Rappelons simplement que ces textes ont été écrits deux ou trois ans après les précédents.

L'aspect un peu désordonné de la fin du cahier III réapparaît. La plupart du temps, Malebranche travaille sur des quadratures sans lien particulier les unes avec les autres. Dans la première page, il s'efforce de retrouver un résultat faux. En effet, il reprend un résultat donné par Ozanam dans son dictionnaire de 1691 ; mais ce dernier s'excuse quelque temps plus tard, dans une lettre, d'avoir donné un mauvais résultat[72]. Malebranche ne connaît que le premier, et essaie de forcer le calcul pour atteindre ce résultat. Comme cela arrive parfois, Malebranche connaît à l'avance ce qu'il entend démontrer, et ne cherche qu'à vérifier comment le nouveau calcul permet d'atteindre efficacement ces résultats. Et il s'agit toujours de cubatures.



La suite est encore plus laborieuse : Malebranche entend calculer des cubatures de cycloïde, après en avoir précédemment calculé des quadratures. Il reconnaît lui-même que ses calculs sont erronés.

Il semble que les pages suivantes[73] traitent d'un autre problème : il ne serait plus question de quadratures, mais de rectification de courbe. Or il s'agit en l'occurrence de calculer la longueur d'un arc de courbe logarithmique. Nous avons en réalité deux problèmes liés : celui de la quadrature d'un espace hyperbolique qui correspond à une fonction logarithmique, et la rectification de la courbe logarithmique proprement dite. L'Hospital prétend justement en avoir trouvé le résultat sans l'aide d'aucune quadrature[74].

72 Ce point est établi par Pierre Costabel, p. 292 (note p. 257).

73 OC, XVII-2, 264 (quadrature d'un espace hyperbolique) et 265 (rectification de la courbe logarithmique).

74 « [...] je vous envoie la rectification de la Logarithmique en se servant de la courbe même et sans supposer d'ailleurs la quadrature d'aucun espace. » (« Lettre de l'Hospital à Leibniz », 14 décembre 1693, GM, II, 216).

En réalité, Malebranche définit donc la fonction logarithmique par une espace hyperbolique et calcule la rectification de la courbe logarithmique par des quadratures, contrairement au souhait de l'Hospital.

Ce document (A) se termine par la recherche d'une autre courbe très célèbre à l'époque : la tractrice. Elle peut être définie géométriquement comme la courbe telle que la portion de sa tangente comprise entre un point quelconque et l'axe soit constante. Malebranche résout assez facilement le problème en remontant de cette équation différentielle à l'équation de la courbe par des calculs d'intégrales connues. À nouveau, il utilise les quadratures d'hyperboles pour calculer certaines intégrales. Ainsi les quadratures, dans ces derniers exemples, ne sont plus une fin en soi et l'objet du calcul, mais un outil pour parvenir à calculer certaines intégrales. Dans les corollaires qui suivent, néanmoins, deux sont consacrés à la détermination d'espaces définis par la courbe. On doit noter du reste l'expression d'« espace infini ASH[75] » pour définir l'espace compris entre l'axe des abscisses et la courbe. Or le corollaire détermine précisément que cet espace est égal au quart de cercle : on a donc une tentative de « réduction » de l'infini au fini que l'on avait déjà vu à l'œuvre dans les premiers problèmes exposés.

Il n'y a certainement pas d'originalité propre de la part de Malebranche dans ce traitement de la tractrice : on peut estimer avec Pierre Costabel qu'il reprend ici les calculs de L'Hospital sur ce sujet. Ce dernier s'était en fait intéressé personnellement au calcul de cette courbe. C'est en tout cas l'objet de la correspondance de Bernoulli et l'Hospital en juillet 1694[76].

Il y a une logique à ce que l'étude de la tractrice prenne place après celle de la courbe logarithmique. En effet, savoir construire la tractrice revient à savoir construire la courbe logarithmique, et donc la quadrature de l'hyperbole. La capacité à déterminer la tractrice, à savoir la construire, pourrait donc être un moyen de construire, à l'inverse, des

75 OC, XVII-2, 268.

76 *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli, op. cit*, t. I, p. 230-236. L'Hospital demande à Bernoulli « la manière de tirer les touchantes des courbes des chalouppes », *ibid.*, p. 232.

courbes logarithmiques. Voici ce qui explique aussi l'intérêt qu'a suscité cette courbe, et les tentatives de machines pour la construire émanant de Huygens ou Leibniz.

**Document B**

À partir de maintenant, la plupart des problèmes abordés par Malebranche vont concerner le problème inverse des tangentes, à savoir le calcul d'équation de courbes à partir de données de la tangente. Cette fois-ci, Malebranche ne s'intéresse plus aux quadratures que l'on peut déduire d'une équation différentielle exprimant les données de la tangente d'une courbe, mais aux équations proprement dites de ces courbes ; il rédige un aide-mémoire méthodique rétablissant les équations des courbes déjà mentionnées (cercle, parabole, tractrice, logarithme, chaînette et cycloïde) à partir des équations différentielles[77].



Malebranche retrouve ainsi le texte de Bernoulli, qu'il a correctement assimilé sur ce point. Ces problèmes sont étudiés de manière plus dispersée dans le texte du mathématicien suisse[78]. Il est vrai que ce dernier est plus conscient que ne l'est Malebranche des difficultés de ce calcul, et en particulier dans l'analyse du problème de de Beaune. Mais si nous n'avons pas hésité à mettre en lumière les limites mathématiques de Malebranche sur ces questions, il faut également saluer le sens de la synthèse dont témoigne cet aide-mémoire méthodique du texte de Bernoulli. D'autre part, nous constatons que l'Oratorien ne raisonne plus ici en termes de quadratures, mais présente son calcul de façon analytique.

Précisons que Malebranche, comme Bernoulli, réunit dans ces problèmes inverses de tangentes des courbes algébriques et des courbes transcendantes. Il s'agit simplement dans ces problèmes d'exprimer les paramètres de la tangente en fonction des différentielles de la courbe pour remonter à l'équation de la courbe elle-même[79].

---

77 Le calcul de l'hyperbole, dont l'intégrale est souvent rapprochée de celle du cercle, est étudié au début du cahier C.

78 Le problème inverse des tangentes est l'objet des leçons 8 à 14.

79 Or on peut ainsi remonter, par exemple à l'équation de la parabole, courbe algébrique, ou à des courbes transcendantes comme la cycloïde.

**Document C**

Malebranche continue à étudier le même type de problème. Il revient sur la courbe dont il n'a pas parlé au document B : l'hyperbole. Il y a continuité entre les documents B et C puisque, visiblement, les paramètres se réfèrent à la même figure 21. En réalité, il s'agit d'une série d'exemples où les mêmes courbes sont définies par une équation différentielle exprimée différemment. On va ainsi à nouveau retrouver des équations de parabole et cycloïde. Par exemple, pour la parabole :

– l'équation différentielle est $y\frac{dy}{dx} = a$ pour une équation de parabole : $y^2 = 2ax$[80] ;
– l'équation différentielle est $\frac{ydx}{dy} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$ pour une équation de parabole : $y = a\sqrt{bx}$[81].

Il s'agit donc d'élargir et de généraliser les expressions de ces courbes canoniques. Puis Malebranche va à nouveau varier et spécifier l'équation de parabole, cette fois, en prenant comme cas particulier s $(= y.\frac{dx}{dy}) = 2x$.

Malebranche s'attarde sur un autre cas : la courbe dont l'espace sous l'axe des abscisses est $\frac{y^4}{a^2}$. Il y revient par deux fois[82]. Le problème n'offre cependant aucune difficulté particulière. Bernoulli le traite à la fin de sa leçon VIII, précisant qu'il s'agit de la parabole cubique première, de paramètre $a\sqrt{\frac{3}{4}}$[83]. On se rappelle que Malebranche avait accordé une attention particulière à la rectification de la parabole cubique seconde et à propos des intégrales de binômes carrés de la difficulté que posait celle de cette parabole cubique première, à la différence de la parabole cubique seconde[84]. Malebranche traite ici du problème inverse, qui est la quadrature de cette parabole cubique première, quand le problème posé par l'Hospital est de calculer une quadrature qui dépend de la rectification de cette parabole. Ceci peut néanmoins expliquer l'attention portée par Malebranche à ce cas particulier.

**80** OC, XVII-2, 271.
**81** OC, XVII-2, 274.
**82** OC, XVII-2, 281-282.
**83** OO, III, 415. Pierre Costabel en cite un extrait p. 280 par l'intermédiaire de la copie Carré (f° 119, p. 57).
**84** Voir la note de Pierre Costabel, p. 292 (note p. 255).

Ce dernier ensemble de textes reprend les derniers problèmes évoqués (problème inverse de la chaînette, de parabole dont la parabole cubique première), mais par rapport au document C, il introduit deux nouvelles questions : le calcul du rayon de caustiques par réflexion, et la question de la rectification d'une parabole.

Il était temps, pourrait-on dire, que Malebranche introduise les calculs de caustiques. Ils constituent une grande part des applications du calcul intégral dans les *Leçons* de Bernoulli, ainsi que dans celles du calcul différentiel dans l'*Analyse des infiniment petits* de l'Hospital. Leur évocation par Malebranche est assez allusive ; il retrouve l'expression générale de la développée donnée par L'Hospital dans une lettre à Jean Bernoulli[85]. Dans le même temps, il donne l'expression du rayon de la caustique par réflexion, dont on constate donc qu'elle n'intéresse que peu Malebranche. D'une manière générale, constatons que les enveloppes de courbes et les développées n'ont pas suscité l'intérêt de l'Oratorien, contrairement à l'Hospital, Bernoulli et Leibniz. Il n'y a du reste qu'une seule autre occurrence de ces courbes dans les *Mathematica*, dans un texte qui reprend les mêmes formules[86]. Ce sont celles de l'Hospital.



Nous finirons l'analyse de ce texte par le dernier problème analysé : le rapport entre la rectification de la parabole et l'hyperbole. Le théorème démontré est le suivant : la longueur d'un arc de parabole d'équation $ay = x^2$ est égale au double de l'ordonnée d'une hyperbole AN[87]. Selon Pierre Costabel, l'Hospital prétend avoir découvert ce résultat[88]. Ceci confirme l'impression que, dans ces dernières pages, Malebranche synthétise davantage les résultats de son ami L'Hospital que ceux

85 « L'expression générale du rayon de la développée est $\frac{(dx^2+dy^2)\sqrt{dx^2+dy^2}}{-dxd^2y}$ » (« À Jean Bernoulli », 7 avril 1694, dans *Briefwechsel*, I, p. 204 ; cité par Pierre Costabel, p. 294 [note p. 277]). On retrouve ces résultats amplement détaillés par l'Hospital dans la section V de son *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, 1696.

86 OC, XVII-2, 325.

87 *Cf.* fig. 23 : OC, XVII-2, 282.

88 OC, XVII-2, 294 (note p. 282).

de Bernoulli. Il est désormais accoutumé à ce nouveau calcul, et il cherche à retrouver les divers résultats qui devaient circuler dans son entourage.

## CONCLUSION

> Ce grand philosophe a courageusement et victorieusement porté ses efforts sur l'assimilation d'une technique opératoire nouvelle, et mérité par là d'être l'animateur de la recherche française à un tournant de l'histoire des mathématiques[89].



C'est ainsi que Pierre Costabel conclut sa présentation du cahier de Malebranche. Que ce dernier ait été à l'origine de la diffusion du nouveau calcul en France est désormais avéré. Il est l'instigateur de la rédaction par Reyneau de l'*Analyse démontrée*, et le protecteur bienveillant de la publication par l'Hospital de l'*Analyse des infiniment petits.* Ces deux textes établissent le calcul infinitésimal dans le paysage français des mathématiques. L'ouvrage de l'Hospital a même établi le calcul différentiel dans la communauté savante de l'époque, au-delà des frontières françaises, au point que Jean Bernoulli a pu en prendre ombrage, non sans raison, du reste. Mais ce qui nous intéresse encore davantage, c'est ce que ce texte témoigne de la pensée de Malebranche. Ce n'est pas un grand mathématicien, au sens où l'étaient Leibniz, Jean Bernoulli, et dans une moindre mesure l'Hospital. Sur le continent, néanmoins, il n'y a guère que Jacques Bernoulli et Varignon que l'on pourrait ajouter à la liste des personnages maîtrisant ce calcul, et étant capables, de ce fait, de l'enrichir de nouveaux résultats. Quant à Malebranche, il parvient à assimiler en quelques mois un calcul qui lui était alors tout à fait étranger, et vers lequel ne le portaient pas ses premières recherches mathématiques.

Certes, à la lecture de ce texte, la question demeure : l'a-t-il bien compris ? C'est une question qui appelle diverses réponses selon le

89 OC, XVII-2, 176.

point de vue adopté. Avec un certain recul, quelques formulations nous paraissent naïves. Mais on peut trouver des hésitations, des explications embarrassées dans le texte de Bernoulli lui-même, sur la définition et l'interprétation de l'intégrale indéfinie, par exemple. On peut différencier les inventeurs des simples connaisseurs, pour autant les grands maîtres de ce calcul n'ont pas toujours, su, ou pu lever les ambiguïtés propres à leur calcul. Malebranche est certainement conscient de ses limites mathématiques, il ne consacre qu'une partie de son temps à ces recherches. Cependant, il assimile avec une grande rapidité ce nouveau formalisme, et l'interprétation que l'on peut faire de ce calcul. La réduction quasi systématique des problèmes d'intégrales à des questions de quadratures ou de cubatures demeure un des principaux défauts de la méthode poursuivie. Dans le même temps, ce fait entérine la levée de l'interdit cartésien selon lequel il ne peut y avoir d'assimilation à la rigueur des droites aux courbes. Si, au contraire, la somme des *ydx* peut être considérée comme égale à une aire courbe, il faut considérer une courbe comme un polygone d'une infinité de côtés. D'autre part, accepter les *dx* ou *dy* comme quantités infiniment petites, c'est renoncer *ipso facto* à l'exigence d'idées intuitionnables par l'esprit, en tout cas à la réduction algébrique de la quantité mathématique. Accepter ces présupposés, n'est-ce pas aussi essentiel à la compréhension profonde de ce nouveau calcul que sa maîtrise et son anticipation techniques ?

Il nous reste maintenant à comprendre si la validation par Malebranche de ces présupposés rejoint et entre en cohérence avec les structures profondes de sa philosophie. Il devient tout particulièrement nécessaire d'examiner plus précisément son concept d'infini[90].

**90** Nous remercions tout particulièrement André Warusfel pour l'aide qu'il nous a apportée dans la compréhension et l'interprétation de certains calculs, allusifs et parfois erronés, de ce manuscrit.

## Annexe
## Plan du cahier des « Leçons de calcul intégral »

La lecture du « cahier de Malebranche » tel qu'il est édité dans le tome XVII-2 des *Œuvres complètes* de Malebranche est parfois rendu difficile par l'aspect quelque peu rhapsodique de sa constitution. Pour en faciliter la compréhension, nous en dégageons ci-dessous les principaux éléments et leur enchaînement.
Rappel de la chronologie : Cahiers I à III : 1692-93, Cahier IV : 1693-95.

### CAHIER I. DU CALCUL INTÉGRAL

#### Formule et règle générales (p. 179)

• Exemples élémentaires de calculs d'intégrales (p.179-181, 185) : $\frac{xdx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ ; $\frac{xdx}{\sqrt[3]{a^2+x^2}}$, etc. Règle : prendre une « grandeur absolue » (définie en première page).
$xdx\sqrt{a+x}$. Règle : procéder de même, mais en soustrayant deux intégrales trouvées l'une après l'autre.
• Application à la rectification de la parabole cubique seconde (p. 182-183).
• Différents calculs d'intégrales : application de la règle générale (p. 179-198) :

| | |
|---|---|
| 1. $dx\sqrt{a^2x^2+x^4}$ | ⇒ factorisation |
| 2. $(3ax^3dx+4x^4dx)\sqrt{ax+x^2}$ | ⇒ faire passer $x$ sous la racine |
| 3. $\frac{xdx}{a^4+2a^2x^4+x^4}$ | ⇒ factorisation |
| 4. $\frac{adx}{\sqrt{2ax+x^2}} + \frac{xdx}{\sqrt{2ax+x^2}}$ | ⇒ réduction à une seule fraction |
| 5. $\frac{adx+xdx}{\sqrt{3a+2x}}$ | ⇒ multiplier par $x$ |
| 6. $\frac{ax^2dx}{\sqrt{a^2x^2+x^4}}$ | ⇒ diviser par $x$ |
| 7. $xdx\sqrt{a+x}$ | ⇒ ajouter $adx\sqrt{a+x}$ |
| 8a. $(ax+x^2)dx\sqrt{a+x}$ | ⇒ *id.*, $y=\sqrt{a+x}$ |
| 8b. $\frac{(a^2+2x^2)dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ | ⇒ changement de variable $y=\sqrt{a^2+x^2}$ |

• Diverses considérations (p. 200-203) :
C'est l'usage principal du calcul intégral.

Affirmation du principe de division d'un espace par des espaces considérés comme différentiels.

Formulation d'un problème général : découvrir l'intégrale par la valeur indéterminée qui consiste dans les lettres déterminées et indéterminées données par l'équation de la courbe.

Si $x$ est l'abscisse, $y$ l'ordonnée, et les divisions d'espaces sont parallèles, la différentielle d'espace est : $ydx$ ; $y$ dépend de $x$ donc on peut l'exprimer seulement en fonction de $x$.

• Exemple de la parabole $y^2 = ax$ (p. 204).
Si la courbe diverge en un point, la différentielle d'espace est : $\frac{1}{2}ydx$

• Exemple de la spirale logarithmique $dx = \frac{a}{b}dy$ (p. 204)
Si on ne peut sommer l'intégrale de $ydx$, c'est que l'espace n'est pas quarrable.

Ex. cercle et hyperbole : on trouve $ydx$, mais pas l'intégrale.

• Comment faire pour le cercle et l'hyperbole ? (p. 204-222)
ADC demi-cercle
BD = $\sqrt{2ax-x^2}$ ⇒ différentielle de BD = $dx\sqrt{2ax-x^2}$ ⇒ intégrale= espace

Pour $x$ = BE

ABC hyperbole équilatère

⇒ Sommer de différentes manières la même quadrature de cercle ou d'hyperbole.

Si la différentielle d'un espace est égale à une quantité rationnelle $x$ ou divisible par $\sqrt{a^2-x^2}$ (cercle) ou $\sqrt{ax-x^2}$ (hyperbole) ⇒ les espaces sont quarrables ou égaux à un cercle ou à une hyperbole.

Si une quantité rationnelle est constituée de plusieurs membres ⇒ il faut voir s'il est possible d'ajouter ou enlever quelque chose.

Ex : $xdx\sqrt{2ax+x^2} = (adx+xdx)\sqrt{2ax+x^2} - adx\sqrt{2ax-x^2}$

$\Downarrow$ intégrale qui se calcule — $\Downarrow$ hyperbole

Si on ne voit pas ce qu'il faut ajouter ou enlever ⇒ appliquer la règle générale : transformer une quantité irrationnelle en rationnelle (procédure à suivre décrite).

(Malebranche reprend le calcul, p. 216-220.)

• Remarque : tout ceci convient aux solides (p. 222).

• Quelques problèmes particuliers
Courbe $a^7x - a^8 = x^6y^2$. (p. 224-226)
Si l'intégrale est négative : elle correspond à l'espace qui reste.
Si AB décrit demi-cercle AGB, BHG= espace FDCE ⇒ espace BCEF = demi-cercle AGB[1].

Courbe EGB (p. 226-228).

$$y = \frac{\frac{1}{2}a^2dx}{\sqrt{2ax-x^2}} - \frac{x^2dx}{\sqrt{4ax-x^2}} \quad (i)$$

Chercher DAFGE

⇒ calculer 2 intégrales $ydx = (i)dx$
⇒ construire des demi-cercles

Au passage, on voit qu'un espace ne peut être quarrable qu'une seule fois, contrairement à ce qu'affirme Tschirnhaus.

• De la quadrature et la rectification d'espaces et de courbes par les séries infinies
Rappel du calcul intégral, de ses conditions (p. 230-232).
Ex. : $x^6dx\sqrt{a+x}$ ⇒ intégration par parties

1 Voir la figure n° 5 dans OC, XVII-2, 225 (fig. 3, p. 216 dans notre ouvrage).

⇒ on peut ainsi démontrer ce que Grégory a fait par ses séries, c'est-à-dire :

$\int x^n dx \sqrt{x^c - f}$ peut être obtenu quand $\frac{n+1}{c}$ est un nombre entier.

• Ex du *folium* et de la chaînette (p. 234-242) :
Leurs différentes solutions.

• Retour au calcul d'intégrales du cercle (p. 242) ;

• Quadrature de la cycloïde (p. 246) ;

• Problème de de Beaune (p. 248-250) ;



• Compagne de la cycloïde, volumes de révolution qu'elle peut engendrer (p. 250-253) ;

• Quadrature d'espaces hyperboliques (p. 254-255).

### CAHIER IV

Courbes et problèmes particuliers.

• Quadratrice de Tschirnhaus (p. 257) ;

• Solides engendrés par la cycloïde (long calcul, erroné, p. 258-265) ;

• Rapport entre espace hyperbolique et segment logarithmique (p. 265-267) ;

(Malebranche quitte alors complètement le texte de Jean Bernoulli.)

• Calcul de la tractrice (par une hyperbole : ce calcul vient de la correspondance avec L'Hospital ; p. 267-270) ;

• Aide-mémoire sur problème inverse des tangentes des *Leçons* de Bernoulli ;

• Calcul d'équations en fonction de données de la tangente :

cercle, parabole, tractrice, chaînette, cycloïde. C.

• Suite de calculs des problèmes inverses (cercle, hyperbole, parabole, cycloïde) ;

• Détermination de la courbe dont l'espace curviligne est $\frac{y^4}{a^2}$ ;

• Rapport entre rayon de la développée et rayon réfléchi. D ;

• Figure pour l'inverse des tangentes ;
⇒ calcul du rayon de caustique par réflexion ;
⇒ « problème inverse » de la chaînette, de la parabole cubique, de la parabole.
Rectification de la parabole ;
Retour sur l'« inverse » de la parabole cubique, de la parabole.

# Annexes générales

I

Une des rares données sur lesquelles se fonder pour reconstituer la culture mathématique de Malebranche est la liste des ouvrages mathématiques et de physique mathématique recensés dans sa bibliothèque[1]. On ne sait pas à quelle époque Malebranche en a fait l'acquisition. En plus de ceux mentionnés dans la *Recherche*[2], cette liste comporte les titres suivants :

Angeli, *Problemata geometrica sexaginta*

Apollonius, *Opera* (éd. Mersenne et Leotaud)

Archimède, *Opera* (éd. Mersenne et Barrow)

Barrow, *Lectiones mathematicae*

Bayle F., *Institutiones physicae*

Borelli, *De Montionibus*

Boyle, *varia*

Boulenger, Géométrie, *Traité de la sphère*

Clavius, *In sphaeram J. de Sacro Bosco*

Connette, *La Géométrie réduite*, *Du compas de proportion*

Euclide, *Éléments* (éd. Henrion et Barrow)

Galilée, *Dialogus de systemate mundi*

Gregory J., *Geometriae pars universalis*, *Catoptricae et Dioptricae Elementa*

Guisnée, *Application de l'algèbre à la géométrie*

Henrion, *Sinuum, tangentium et secantium canon Logocanon, Usage du compas des proportionnelles*

Hartsoeker, *Essai de Dioptrique*, *Principes de physique*, *Conjectures physiques*

Herigone, *Cursus mathematicus*

Huygens, *De circuli magnitudine inventa*, *Horologium oscillatorium…*, *Opuscula posthuma*

1 OC, XX, 253-283.

2 *RV*, VI, II, 6.

La Hire, *Sectiones conicae, Mémoires de mathématiques et de physique, Tabulae astronomicae*, *Traité de la mécanique*, …

La Loubère, *Quadratura circuli et hyperbolae*

Lamy B., *Éléments des mathématiques*, *Traité de mécanique*

L'Hospital, *Analyse des infiniment petits*, *Sections coniques*

Leibniz, *Hypothesis physica nova*

Léotaud, *Instutionum arithmeticarum, Examen circuli*

Marchetti, *De resistencia solidorum*

Mariotte, *De la nature des couleurs*, *Traité du mouvement des eaux*

Mersenne, *Universae geometriae, Cogitationes physico mathematicae, Tractactus mechanicus, Synopsis geometricae*



Metius, *Opera mathematica, De genuino usu utriusque globi*

Millet de Chasles, *Cursus seu mundu mathematicus, Les Éléments d'Euclide*

Montmort, *Essai d'analyse sur les jeux de hasard*

Napier, *Mirifici logarithmorum canonis*

Neuwentijdt, *Analysis infinitorum*

Newton, *Tractatus de quadratura curvarum, Optice, Arithmetica universalis, Philosophiae naturalis principia mathematica*[3]

Nicolas, *De lineis logarithmicis, De conchoïdibus et cissoïdibus*

Oughtred, *Clavis mathematica*

Ozanam, *Dictionnaire mathématique*

Pardies, *Discours du mouvement local*

Parent, *Eléments de mécanique*

Pascal, *De l'équilibre des liqueurs*

Petrus Nicolas, *De conchoidibus*

Picard, *Traité du nivellement*

Pierre de Sainte-Marie-Madeleine, *Traité d'horlogiographie*

Prestet, *Nouveaux élements de mathématiques*

Psellos, *Compendium mathematicum*

Reyneau, *Science du calcul*, *l'Analyse démontrée*

---

3 Malebranche ne cite pourtant Newton que pour ses travaux proprement physiques, surtout l'*Optique*. Voir OC, XVII-2, 62.

Schooten, *Exercitationes mathematicae, Pantometrum Kircherianum*

Sluse, *Mesolabum*

Stenon, *De solido intra solidum*

Sturm, *Mathesis enucleata*

Van Ceulen, *Fundamenta arithmeticae et geometriae*

Varignon, *Projet de mécanique*, *Conjectures sur la pesanteur*

Viète, *Opera mathematica, Algèbre*

Vitalis, *Lexicon mathematicum*

Wallis, *Opera mathematica*

Wardus, *Idea trigonometriae*, *Astronomia geometrica*

Malebranche possédait également la plupart des numéros des revues scientifiques, comme le *Journal des Savants*

## 2

Le tableau qui suit présente une chronologie sélective, axée sur les textes essentiels à la compréhension des mathématiques, de la science, et des idées dans les écrits de Malebranche[1].

| | *RV+Ecl* | *Réponses à Arnauld* | *EMR* | Opuscules physiques | Textes mathématiques |
|---|---|---|---|---|---|
| 1675 | 1re et 2e éd. | | | | *ÉM*[2] |
| 1676 | 2e éd. Tome II | | | | |
| 1677 | | | | | |
| 1678 | 3e et 4e éd.<br>1re éd. Ecl. | | | | |
| 1679 | | | | | |
| 1680 | | | | | |
| 1681 | | | | | |
| 1682 | | | | | |
| 1683 | 2e éd. Ecl. | | | | *Géométrie*[3] |
| 1684 | | Rép. Aux VFI | | | *Nova Methodus* |
| 1685 | | Trois lettres<br>Rép. à Dissertation | | | |
| 1686 | | Trois lettres | | | |
| 1687 | | Quatre lettres | | | |
| 1688 | | | 1re éd. | | |
| 1689 | | | | | *NÉM* |
| 1690 | | | 2e éd. | | |
| 1691 | | | | | |
| 1692 | | | | LCM[4]<br>1re version | Cahiers I, II, III |
| 1693 | | | | | Cahier IV[5] |
| 1694 | | 1re et 2e lettres | | | |
| 1695 | | | | | |

1 Un tableau complet, et par « strates », des œuvres de Malebranche se trouve dans André Robinet, *Malebranche de l'Académie des sciences. L'Œuvre scientifique, 1674-1715*, Paris, Vrin, 1970, p. 5.

2 ÉM : *Éléments de mathématiques* de Prestet ; NÉM : *Nouveaux Éléments de mathématiques*.

3 D'Arnauld.

4 *Lois de la communication des mouvements*.

5 Il s'agit du cahier de Malebranche sur les *Leçons* de Bernoulli.

| | *RV+Ecl* | *Réponses à Arnauld* | *EMR* | Opuscules physiques | Textes mathématiques |
|---|---|---|---|---|---|
| 1696 | | | 3e éd. Préface et E sur la mort | | *Analyse inf. petits* |
| 1697 | | | | | |
| 1698 | | | | | |
| 1699[6] | | Rép. à 3e lettre | | Réflexions sur la lumière ; LCM 2e version | |
| 1700 | 5e éd. ; Ecl XVI sur la lumière | | | | |
| 1701 | | | | | |
| 1702 | | | | | |
| 1703 | | | | | |
| 1704 | | | | | |
| 1705 | | | | | |
| 1706 | | | | | |
| 1707 | | | | | *Sections coniques*[7] |
| 1708 | | | | | *Analyse démontrée*[8] |
| 1709 | | Recueil des Rép. | | | |
| 1710 | | | | | |
| 1711 | | | 4e éd. | | |
| 1712 | 6e éd. ; dernier Ecl. | | | | |
| 1713 | | | | | |
| 1714 | | | | | *SCG*[9] |



6 Malebranche élu à l'Académie des sciences.
7 De L'Hospital.
8 De Reyneau.
9 SCG : *Science du calcul des grandeurs*, de Reyneau.

# Bibliographie

## TEXTES

### Œuvres de Malebranche


*Œuvres complètes*, éd. André Robinet, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1958-1970 [20 tomes et un index].

*Œuvres*, éd. Geneviève Rodis-Lewis, Paris, Gallimard, coll. « Bibliothèque de la Pléiade », vol. 1, 1979 ; vol. 2, 1992.


### Autres auteurs


Ambrosius Victor (Martin, André), *Philosophia christiana*, Paris, 1667.

Arnauld, Antoine, *Œuvres complètes*, Paris/Lausanne, Sigismond d'Arnay, 43 vols., 1775-1783 ; Bruxelles, Culture et civilisation, 1964-1967.

—, *Des Vraies et fausses idées*, éd. Christiane Frémont, Paris, Fayard, « Corpus des Œuvres de Philosophie en Langue française », 1986.

—, & Nicole, Pierre, *La Logique ou Art de penser*, éd. Pierre Clair et François Girbal, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1981.

Bernoulli, Johann, *Opera omnia*, Marc-Michel Bousquet, 1742.

—, *Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli*, éd. Pierre Costabel, Jeanne Peiffer & Otto Spiess, Basel/Boston/Berlin, Birkhauser, 1955-1992.

Carré Louis, *Méthode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, leurs centres de percussion et d'oscillation par l'application du calcul intégral*, Paris, 1700.

Clauberg, Johann, *Opera omnia philosophica*, Amsterdam, 1691, réed. Hildesheim, Olms Verlag, 1968.

Condillac, Etienne Bonnot de, *Traité des systèmes*, Paris, Fayard, coll. « Corpus des œuvres de Philosophie en Langue française », 1991.

Cordemoy, Gérauld de, *Œuvres philosophiques*, éd. Pierre Clair et François Girbal, Paris, PUF, coll. « Le mouvement des idées au xvii[e] siècle », 1968.

Descartes, René, *Œuvres*, éd. Charles Adam et Paul Tannery, Paris, éditions du Cerf, 1897-1909 ; seconde édition, Paris, Vrin/CNRS, 1964-1974.

—, *Œuvres philosophiques*, éd. Ferdinand Alquié, Paris, Garnier, 1963-1973.

—, *Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité*, trad. et éd. Jean-Luc Marion, avec la collaboration de Pierre Costabel, La Haye, Nijhoff, 1977.

—, *Regulae ad directionem ingenii*, éd. Giovanni Crapulli, La Haye, Nijhoff, 1966.

—, *L'Entretien avec Burman*, trad. et éd. Jean-Marie Beyssade, Paris, PUF, coll. « Epiméthée », 1981.

—, *Discours de la méthode* [1925], éd. Etienne Gilson, Paris, Vrin, 1976.

Diderot Denis, « Malebranchisme », dans *L'Encyclopédie*, Paris, Briasson, 1765, t. IX, p. 942-943.

Foucher, Simon, *La Critique de la « Recherche de la vérité » où l'on examine en même temps une partie des principes de M. Descartes*, Paris, Coustelier, 1675 ; éd. Richard A. Watson, New York, Johnson Reprints, 1969.

—, *Réponse pour la critique de la préface du second volume de la « Recherche de la vérité »*, Paris, La Caille, 1679.



—, *Dissertation sur la « Recherche de la vérité » contenant l'apologie des Académiciens*, Paris, Chardon, 1687.

Galilée [Galiléi], Galileo, *Le Opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale sotto gli auspicii sua maestà il re d'Italia*, éd. Antonio Favaro, Fierenze, Tipografia Barbèra, 1890-1909 [20 vol.].

Guericke, Otto von, *Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de vacuo spatio*, Amsterdam, 1672. *The new (so-called) Magdeburg experiments*, éd. et trad. Margaret Glover Foley Ames, Dordrecht, Kluwer, 1994.

Huygens, Christiaan, *Œuvres complètes*, La Haye, Nijhoff, 1888-1950.

La Forge, Louis de, *Œuvres philosophiques*, éd. Pierre Clair, Paris, PUF, coll. « Le mouvement des idées au xvii^e^ siècle », 1974.

Lamy, Bernard, *Traité de mécanique. De l'équilibre des solides et des liqueurs*, Paris, Pralard, 1679.

—, *Éléments de géométrie, ou de la mesure des corps*, Paris, Pralard, 1685.

Leibniz, Gottfried Wilhelm, *Mathematische Schriften*, éd. Karl Immanuel Gerhardt, Halle, 1850-1863 ; Hildesheim, Olms, 1962.

—, *Die Philosophischen Schriften*, éd. Karl I. Gerhardt, Berlin, Weidmann, 1875-1890 ; Hildesheim/New York, Olms, 1960-1961.

—, *Sämtliche Schriften und Briefe*, Darmstadt/Berlin, Preussische Akademie der Wissenschaften / Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1923 *sq*.

—, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, éd. Louis Couturat, Paris, Alcan, 1903.

—, *Textes inédits*, éd. Gaston Grua, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque de philosophie contemporaine », 1948 ; 2e édition, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1998.

—, *Discours de métaphysique et Correspondance avec Arnauld*, éd. Georges Le Roy, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1957.

—, *La Naissance du calcul différentiel. 26 articles des Acta Eruditorum*, éd. et trad. Marc Parmentier, Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 1989.

—, *Opuscules philosophiques choisis*, éd. Paul Schrecker, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1966.

L'Hospital, Guillaume-François, marquis de, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, 1696.

Locke, John, *Examination of P. Malebranche's opinion of our « seing all things in God »*, dans *Locke's Philosophical Works*, éd. James Augustus St. John, London, Bell and sons, 1883, t. II, p. 414-458 ; *Examen de la « vision en Dieu » de Malebranche*, trad. Jean Pucelle, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1978 ; *Examen de la vision en Dieu de Malebranche*, éd. et trad. Jean-Michel Vienne, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 2013.

Mariotte, Edme, *Œuvres*, Leiden, Pieter van der Aa, 1717 ; Paris, Blanchard, 2001.

Newton, Isaac, *Philosophae naturalis principia mathematica*, London, jussu Societatis regiae, 1687 ; Principes mathématiques de philosophie naturelle, trad. Emilie du Chatelet, Paris, Desaint et Saillant, 1756-1759 ; *Principia mathematica*, trad. Marie-Françoise Biarnais, Paris, Bourgois, coll. « Épistémè », 1985.

—, *The Method of fluxions and infinite series*, Londres, 1736 ; *La Méthode des fluxions et des séries infinies*, trad. Georges-Louis Leclerc, comte de Buffon, Paris, De Bure, 1740 ; réédition, Paris, Blanchard, 1966.

—, *Opticks*, Londres, 1704 ; *Optique*, trad. Jean-Paul Marat, Paris, 1787.

—, *Arithmetica universalis*, London, 1707.

Pascal, Blaise, *Œuvres complètes*, éd. Louis Lafuma, Paris, éditions du Seuil, 1963.

Poisson, Nicolas-Joseph, *Remarques sur la méthode de Descartes*, Vendôme, Thiboust & Esclassan, 1670.

Prestet, Jean, *Éléments de mathématiques*, Paris, Pralard, 1675.

—, *Nouveaux Éléments de mathématiques*, Paris, Pralard, 1689.

REGIS, Pierre-Sylvain, *Système de philosophie*, Paris-Lyon, Anisson, Thierry, Posuel & Rigaud, 1690.

REYNEAU, Charles-René, *Analyse démontrée*, Paris, Quillau, 1708.

—, *La Science du calcul des grandeurs en général*, Paris, Quillau, 1714.

ROBERVAL, Gilles-Personne de, *Divers ouvrages de M. Roberval*, Paris, Académie royale des sciences, 1693.

—, *Principaux écrits mathématiques*, trad. Jean Peyroux, Paris, Blanchard, 2003.

ROLLE, Michel, *Règle et remarque pour le problème général des tangentes*, *Journal des Savants*, n° 16, 1702, p. 239-254.

—, *Du nouveau système de l'infini*, Paris, Mémoires de l'Académie royale des sciences, 1703, p. 312-336.



—, *Remarques sur les lignes géométriques*, Paris, Mémoires de l'Académie royale des sciences, 1703, p. 132-139.

TACQUET, André, *Elementa geometriae planae ac solidae, quibus accedunt selecta ex Archimede theoremata*, Antuerpiae, Iacobum Meursium, 1654.

VARIGNON, Pierre, « Remarques sur les courbes des deux premiers exemples proposés par M. Rolle dans le journal du jeudi 13 avril 1702 », *Journal des Savants*, n° 3, 1703, p. 41-46.

—, « Suite des remarques sur les courbes des deux premiers exemples proposés par M. Rolle dans le journal du jeudi 13 avril 1702 », *Journal des Savants*, n° 4, p. 49-52, 1703.

—, *Nouveaux éclaircissements sur l'*Analyse des infiniment petits, Paris, Rollin, 1725.

VIÈTE, François, *In artem analyticam isagoge*, Turoni, 1591.

VOLTAIRE, *Le Siècle de Louis XIV*, Paris, Garnier-Flammarion, 1966.

WALLIS, John, *Arithmetica Infinitorum*, Oxonii, 1656.

—, *Opera Mathematica*, Oxonii, 1699 ; Hildesheim/New York, Olms, 1972.

## USUELS

ANDRÉ, Yves-Marie, *La vie du R. P. Malebranche, prêtre de l'Oratoire, avec l'histoire de ses ouvrages* [1886], Genève, Slatjine, 1970.

ARMOGATHE, Jean-Robert & CARRAUD, Vincent, *Bibliographie cartésienne (1960-1996)*, Lecce, Conte, 2003.

– & Marion, Jean-Luc, *Index des Regulae ad directionem ingenii*, Roma, Ateneo, coll. « Corpus Cartesianum » et « Lessico intellettuale europeo », 1976.

Ayers Michael & Garber Daniel (dir.), *The Cambridge History of Seventeenth-century Philosophy*, Cambridge, CUP, 1998.

Baillet, Adrien, *Vie de Descartes* [1691], Paris, La Table ronde, coll. « Grandeur », 1946.

Blay Michel & Halleux Robert (dir.), *La Science classique, XVIe-XVIIIe siècle. Dictionnaire critique*, Paris, Flammarion, 1998.

Easton Patricia, Lennon Thomas M. & Sebba Gregor, *Bibliographia Malebranchiana. A Critical Guide to the Malebranche Literature into 1989*, Carbondale/Edwardsville, Southern Illinois UP, 1992.

Gilson, Etienne, *Index scolastico-cartésien*, Paris, Alcan, 1913.

Ravier, Emile, *Bibliographie des œuvres de Leibniz* [1937], Hildesheim, Olms, 1966.

Sebba, Gregor, *Bibliographia Cartesiana. A critical guide to the Descartes litterature (1800-1960)*, La Haye, Nijhoff, 1964.



## ÉTUDES

### Études sur Malebranche

Ablondi, Fred, « Le Spinoziste malgré lui ? Malebranche, De Mairan, and intelligible extension », dans *History of Philosophy Quaterly*, n° 15-2, avril 1998, p. 191-203.

Alquié, Ferdinand, *Le cartésianisme de Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1974.

—, *Malebranche et le rationalisme chrétien*, Paris, Seghers, 1977.

Bardout, Jean-Christophe, « Malebranche ou l'individuation perdue », *Les Études philosophiques*, 1996, n° 4, p. 489-506.

—, *Malebranche et la métaphysique*, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1999.

—, « Brèves remarques sur l'*Art de penser* dans le Livre VI de la *Recherche* de Malebranche », *Revue des sciences philosophiques et théologiques*, n° 84-1, 2000, p. 59-67.

Blanchard, Pierre, *L'Attention à Dieu selon Malebranche : méthode et doctrine*, Paris, Desclée de Brouwer, 1956.

Boutroux, Émile, « L'intellectualisme de Malebranche », *Revue de métaphysique et de morale*, n° 23, 1916, p. 27-36.

Brown, Stuart (dir.), *Nicolas Malebranche. His Philosophical Critics and Successors*, Assen/Maastricht, Van Gorcum, 1991.

Chappell, Vere (dir.), *Essays on Early Modern Philosophers. Nicolas Malebranche*, New York/London, Garland, 1992.

Clarke, Desmond M., « Malebranche and Occasionalism. A Reply to Steven Nadler », *Journal of the History of Philosophy*, vol. 33-3, July 1995, p. 499-504.

—, « The ontological status of Malebranchian ideas », *Journal of the History of Philosophy* vol. 36-4, 1998, p. 535-544.

Costabel, Pierre, « La participation de Malebranche au mouvement scientifique », dans *Malebranche. L'Homme et l'œuvre (1638-1715)*, Paris, Vrin/Centre international de synthèse, 1967, p. 75-110.



Cuvillier, Armand, *Essai sur la mystique de Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1954.

Delbos, Victor, *Étude de la philosophie de Malebranche*, Paris, Bloud & Gay, 1924.

Duhem, Pierre, « L'optique de Malebranche », *Revue de métaphysique et de morale*, n° 23, 1916, p. 37-91.

Dreyfus, Ginette, *La Volonté selon Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1958.

Fafara, Richard J., « The implicit Efficacity of the Idea in *Recherche de la Vérité* », *The Modern Schoolman*, n° 55, 1978, p. 147-164.

Girbal, François, « À propos de Malebranche et Bernard Lamy », *Revue internationale de philosophie*, n° 32, 1955, p. 288-290.

Glauser, Richard, « Arnauld critique de Malebranche : le statut des idées », dans *Revue de théologie et de philosophie*, n° 120, 1988, p. 389-410.

Gouhier, Henri, *La Vocation de Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1926.

—, *La Philosophie de Malebranche et son expérience religieuse*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1926.

Guéroult, Martial, *Étendue et psychologie chez Malebranche* [1939], Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1987.

—, *Malebranche. La vision en Dieu. Les cinq abîmes de la Providence*, Paris, Aubier, coll. « Philosophie de l'esprit », 1955-1959.

—, *Études sur Descartes, Spinoza, Malebranche et Leibniz*, Hildesheim/New York, Olms, coll. « Studien und Materialen zur Geschichte der Philosophie », 1970.

Hankins, Thomas L., « The Influence of Malebranche on the Science of Mechanics during the Eighteenth Century », *Journal of the History of Ideas*, n° 28, 1967, p. 193-210.

Hobart, Michael E., *Science and religion in the Thought of Malebranche*, Chapel Hill, University of North Carolina Press, 1982.

—, « Malebranche, Mathematics and Natural Theology », *International Studies of Philosophy* vol. 20-1, 1988, p. 11-25.

Jolley, Nicholas, « Leibniz and Malebranche on innate ideas », *Philosophical Review*, n° 97-1, 1988, p. 71-91.

—, *The Light of the Soul. Theories of Ideas in Leibniz, Malebranche and Descartes*, Oxford/New York, Clarendon, OUP, 1989.

—, « Malebranche on the soul » dans Nadler, Steven (dir.), *The Cambridge Companion to Malebranche*, Cambridge, CUP, 2000, p. 32-58.

Kambouchner, Denis, « Des vraies et fausses ténèbres. La connaissance de l'âme d'après la controverse avec Malebranche », dans Pariente, Jean-Claude (dir.), *Antoine Arnauld. Philosophie du langage et de la connaissance*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1995, p. 153-177.

Laporte, Jean, « L'Étendue intelligible selon Malebranche », *Revue internationale de philosophie*, vol. 1, n° 1, 1938, p. 7-58.

Lennon, Thomas M., « Malebranche and method », dans Nadler, Steven (dir.), *The Cambridge Companion to Malebranche*, Cambridge, CUP, 2000, p. 8-30.

LoLordo, Antonia, « Descartes and Malebranche on thought, sensation and the nature of the mind », *Journal of the History of Philosophy*, n° 43-4, 2005, p. 387-402.

Mallet, Sébastien, « L'infini indéfini de Malebranche », dans Pinchard, Bruno (dir.), *La Légèreté de l'être. Études sur Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1998., p. 121-146.

Moreau, Denis, *Deux cartésiens. La polémique Arnauld Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1999.

—, *Malebranche. Une philosophie de l'expérience*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des philosophies », 2004.

Mouy, Paul, *Les Lois du choc des corps d'après Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1927.

Nadler, Steven, *Malebranche and Ideas*, New York, OUP, 1992.

—, « Occasionalism and General Will in Malebranche », *Journal of the History of Philosophy*, vol. 31-1, 1993, p. 31-47.

—, « Malebranche's Occasionalism. A Reply to Clarke », *Journal of the History of Philosophy*, vol. 33-3, 1995, p. 505-508.

– (dir.), *The Cambridge Companion to Malebranche*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge Companion », 2000.

—, « Malebranche and Causation », dans Nadler, Steven (dir.), *The Cambridge Companion to Malebranche*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge Companion », 2000., p 112-138.



Olle-Laprune, Léon, *La Philosophie de Malebranche*, Paris, Ladrange, 1870.

Pellegrin, Marie-Frédérique, *Le Système de la loi de Nicolas Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 2006.

Pessin, Andrew, « Malebranche's distinction between general and particular volitions », dans *Journal of the History of Philosophy*, vol. 39-1, 2001, p. 77-99.

Pinchard, Bruno (dir.), *La Légèreté de l'être. Études sur Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1998.

Pyle, Andrew, *Malebranche*, London/New York, Routledge, 2003.

Radner, Daisie, *Malebranche. A Study of a Cartesian System*, Assen, Van Gorcum, 1978.

Reid, Jasper, « Malebranche on intelligible extension », *British Journal for the history of philosophy*, vol. 11-4, 2003, p. 581-608.

Robinet, André, *Malebranche et Leibniz. Relations personnelles*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1955.

—, « Le groupe malebranchiste introducteur du calcul infinitésimal en France », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 13-4, 1960, p. 287-308.

—, « La philosophie malebranchiste des mathématiques », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 14-3, 1961, p. 205-254.

—, *Système et existence dans l'œuvre de Malebranche*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1965.

—, « Le rôle de l'expérience dans la physique de Malebranche », *Mélanges Koyré*, Paris, Hermann, 1965.

—, *Malebranche de l'Académie des sciences. L'œuvre scientifique*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1970.

—, « Aux sources jansénistes de la première œuvre de Malebranche », *Les Études philosophiques*, n° 29, 1974, p. 465-479.

—, « Dom Robert Desgabets. Le conflit avec Malebranche et l'œuvre métaphysique », *Revue de synthèse*, n° 95, 1974, p. 65-83.

Rodis-Lewis, Geneviève, *Nicolas Malebranche*, Paris, PUF, coll. « Les Grands penseurs », 1963.

—, « La connaissance par idées », dans *Malebranche. L'Homme et l'œuvre (1638-1715)*, Paris, Vrin/Centre international de synthèse, coll. « Bibliothèque des textes philosophiques », 1967, p. 111-137.

Roux, Sandrine, « La physiologie contre l'expérience : l'argument du "défaut de connaissance" de Malebranche », *Philonsorbonne*, n° 8, 2014, p. 47-63.

Schmaltz, Tad, *Malebranche's Theory of the Soul*, Oxford, OUP, 1996.

Schrecker, Paul, « Arnauld, Malebranche, Prestet et la théorie des nombres négatifs », *Thales*, 1935, n° 2, p. 82-90.

—, « Malebranche et les mathématiques », dans *Travaux du IXe Congrès international de philosophie*, 1937, vol. 2, p. 33-40.

—, « Le parallélisme théologico-mathématique chez Malebranche », *Revue philosophique*, n° 125, 1938, p. 215-252.

Schwartz, Claire, « La question de l'infinité du monde et ses réponses cartésiennes », *Études philosophiques*, janvier 2014-1, p. 99-114.

Walton, Craig, *De la recherche du bien. A Study of Malebranche's Science of Ethics*, The Hague, Nijhoff, coll. « Archives internationales d'histoire des idées », 1972.

Watson, Richard A., « Foucher's Mistake and Malebranche's Break », dans Brown, Stuart (dir.), *Nicolas Malebranche. His Philosophical Critics and Successors*, Assen, Van Gorcum, 1991, p. 22-34.

### Autres études

Adams, Robert M., *Leibniz. Determinist, Theist, Idealist*, New York, OUP, 1994.

Alquié, Ferdinand, *La Découverte métaphysique de l'homme chez Descartes*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque de philosophie contemporaine », 1950.

Ariew, Roger, « Oratorians and the teaching of cartesian philosophy in the seventeenth-century in France », *History of Universities*, n° 17, 2001-2002, p. 47-80.

—, *Descartes and the First Cartesians*, Oxford, OUP, 2014.

Arthur, Richard T. W., *The Labyrinth of the Continuum, Writings on the Continuum Problem (1672-1686)*, New Haven/London, Yale UP, 2001.

Baron, Margaret Eleanor, *The Origins of the Infinitesimal Calculus*, Oxford, Pergamon, 1969.

Beck, Leslie J., *The Method of Descartes. A Study of the Regulae*, Oxford, Clarendon, 1952.

Belaval, Yvon, *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard, coll. « Bibliothèque des idées », 1960.



Benoist, Jocelyn, « La réalité objective ou le nombre du réel », dans Fichant, Michel & Marion, Jean-Luc (dir.), *Descartes en Kant*, Paris, PUF, 2006, coll. « Epimethée », p. 179-196.

Beyssade, Jean-Marie, *La Philosophie première de Descartes*, Paris, Flammarion, 1979.

—, « RSP ou Le monogramme de Descartes », dans *L'Entretien à Burman*, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1981, p. 153-207.

—, *Descartes au fil de l'ordre*, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 2001.

Blay, Michel, « Deux moments de la critique du calcul infinitésimal : Michel Rolle et George Berkeley », *Revue d'histoire des sciences*, n° 39-3, 1986, p. 223-253.

—, *La Naissance de la mécanique analytique*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », 1992.

—, *Les Raisons de l'infini*, Paris, Gallimard, coll. « NRF Essais », 1993.

Bos, Henk J. M., « Differentials, higher-order differentials and the derivative in the Leibnizian calculus », dans *Archive for History of Exact Sciences*, n° 14-1, 1974, p. 1-90.

—, *Redefining Geometrical Exactness. Descartes' transformation of the early modern concept of construction*, New York/Berlin/Heidelberg, Springer, 2001.

Boureau, René, *L'Oratoire en France*, Paris, Éditions du Cerf, coll. « Histoire », 1991.

Boutroux, Pierre, *L'Imagination et les mathématiques selon Descartes*, Paris, Alcan, 1900.

—, « Sur la signification de la *Géométrie* de Descartes », *Revue de métaphysique et de morale*, n° 22, 1914, p. 814-827.

Boyer, Carl B., *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York, Dover, 1959.

—, «Descartes and the Geometrization of Algebra», *The American Mathematical Monthly*, vol. 66-5, 1959, p. 390-393.

Brockliss, Laurence, « Aristotle, Descartes and the New Science. Natural Philosophy at the University of Paris, 1600, 1740 », *Annals of Science*, vol. 38-1, 1981, p. 33-69.

—, *French Higher Education in the Seventeenth and Eighteenth Century*, Oxford, Clarendon Press, 1987.

Brunschvicg, Léon, *Les Étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Alcan, coll. « Bibliothèque de philosophie contemporaine », 1912.

—, *L'Expérience humaine et la causalité physique*, Paris, Alcan, coll. « Bibliothèque de philosophie contemporaine », 1922.

Buzon, Fréderic de, « *Mathesis universalis* », dans Blay Michel & Halleux Robert (dir.), *La Science classique. XVI^e^-XVIII^e^ siècle. Dictionnaire critique*, Paris, Flammarion, 1998, p. 610-621.

—, *La Science cartésienne et son objet. Mathesis et phénomène*, Paris, Champion, coll. « Essais », 2013.

Cifoletti, Giovanna, « Quaestio sive aequatio. La nozione di problema proposta nelle *Regulae* », dans Alfonso Ingegno (dir.), *Da Democrito a Collingwood. Studi di storia della filosofia,* Firenze, Olschki, coll. « Pubblicazioni del dipartimento di filosofia e scienze sociali dell'Università di Siena », 1991, p. 43-79.

Clarke, Desmond, *Descartes' Philosophy of Science*, Manchester, MUP, coll. « Studies in intellectual history », 1982.

—, *Occult Powers and Hypotheses. Cartesian Natural Philosophy under Louis XIV*, Oxford, Clarendon Press, 1989.

—, « Descartes' Philosophy of science and the scientific revolution », dans Cottingham, John (dir.), *The Cambridge Companion to Descartes*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1992, p. 258-285.

Costabel, Pierre, « Deux inédits de la correspondance indirecte Leibniz-Reyneau », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 2-4, 1949, p. 311-332.

—, « Pierre Varignon et la diffusion en France du calcul différentiel et intégral », Conférence au Palais de la Découverte, le 14 décembre 1965, *Les Conférences du Palais de la découverte*, série D, n° 108, Paris, 1966.

—, « Une lettre inédite du marquis de l'Hospital sur la résolution de l'équation du troisième degré », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 18-1, 1965, p. 29-43.

—, *Démarches originales de Descartes savant*, Paris, Vrin, 1982.

Cottingham, John (dir.), *The Cambridge Companion to Descartes*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1992.

Couturat, Louis, *La Logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901.

Crapulli, Giovanni, *Mathesis universalis. Genesi di una idea nel xvi secolo*, Rome, Ateneo, 1969.



Dainville, François de, « L'enseignement des mathématiques dans les collèges Jésuites de France du xvi^e^ au xviii^e^ siècle », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 7-1, 1954, p. 6-21.

– (dir.), *L'Éducation des Jésuites*, Paris, Minuit, 1978.

Dascal, Marcelo, *La Sémiologie de Leibniz*, Paris, Aubier-Montaigne, coll. « Analyse et raisons », 1978.

Duchesneau, François, « Leibniz on the principe on continuity », *Revue internationale de philosophie*, n° 48-188, 1994, p. 141-160.

Edwards, Charles H., *The Historical development of the Calculus*, New York, Springer, 1979.

Fichant, Michel, *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz*, Paris, PUF, coll. « Épiméthée », 1988.

Gabbey, Alan, « Force and inertia in seventeenth century dynamics », *Studies in the History and Philosophy of Science*, n° 2, 1971, p. 1-67.

Garber, Daniel, *Descartes' Metaphysical Physics*, Chicago, University of Chicago Press, 1992 ; *La Physique métaphysique de Descartes*, trad. Stéphane Bornhausen, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1999.

—, « Descartes' physics », dans Cottingham, John (dir.), *The Cambridge Companion to Descartes*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1992, p. 286-334.

—, « Leibniz : physics and philosophy », dans Jolley, Nicholas (dir.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1995, p. 270-352.

—, *Descartes Embodied*, Cambridge, CUP, 2000 ; *Corps cartésiens*, trad. Olivier Dubouclez, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 2004.

Gardies, Jean-Louis, « Arnauld et le reconstruction de la géométrie euclidienne », dans Pariente, Jean-Claude (dir.), *Antoine Arnauld. Philosophie du langage et de la connaissance*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1995., p. 13-32.

—, *L'organisation des mathématiques grecques de Théétète à Archimède*, Paris, Vrin, coll. « Problèmes et controverses », 1997.

Gaukroger, Stephen (dir.), *Descartes. Philosophy, Mathematics, and Physics*, Sussex, Harvester Press, coll. « Harvester readings in the history of science and philosophy », 1980.

—, *Cartesian Logic. An Essay on Descartes' Conception of Inference*, Oxford, Clarendon Press, 1989.

—, « The Nature of Abstract Reasoning : Philosophical Aspects of Descartes' Work in Algebra », dans Cottingham, John (dir.), *The Cambridge Companion to Descartes*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1992, p. 91-114.

Gewirth, Alan, «The Cartesian Circle Reconsidered», *Journal of Philosophy*, n° 67, 1970, p. 668-685.

—, « Descartes. Two Disputed Questions », *Journal of Philosophy*, n° 68, 1971, p. 288-296.

Giard, Luce (dir.), *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », 1995.

Glauser, Richard, *Berkeley et les philosophes du XVII^e^ siècle. Perception et scepticisme*, Sprimont, Mardaga, coll. « Philosophie et langage », 1999.

Goldstein, Catherine, « On a seventeenth century version of the "fundamental theorem of arithmetics" », *Historia mathematica*, n° 19-2, mai 1992, p. 177-187.

Gouhier, Henri, *Cartésianisme et Augustinisme au XVII^e^ siècle*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1978.

Granger, Gilles Gaston, *Essai d'une philosophie du style*, Paris, Colin, coll. « Philosophies pour l'âge de la science », 1968.

GROSHOLZ, Emily R., « Descartes' unification of algebra and geometry », dans GAUKROGER, Stephen (dir.), *Descartes. Philosophy, Mathematics, and Physics*, Sussex, Harvester Press, coll. « Harvester readings in the history of science and philosophy », 1980, p. 156-168.

GUEROULT, Martial, *Descartes selon l'ordre des raisons*, Paris, Aubier, coll. « Analyse et raisons », 1953.

—, *Leibniz. Dynamique et métaphysique* [1934], Paris, Aubier, coll. « Analyse et raisons », 1967.

HAIRER, Ernst & WANNER, Gerhard, *Analysis by its History*, New York, Springer, coll. « Undergraduate texts in mathematics », 1996 ; *L'Analyse au fil de l'histoire*, Springer, 2001.

HALLYN, Fernand, *Descartes. Dissimulation et ironie,* Genève, Droz, coll. « Titre courant », 2006.

HARRIS, Steven J., « Les chaires de mathématiques », dans GIARD, Luce (dir.), *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », 1995, p. 239-261.

HATFIELD, Gary, « Force (God) in Descartes' physics », *Studies in the History and Philosophy of Science*, n° 10, 1979, p. 113-140.

HEINEKAMP, Albert, «Natürliche Sprache und Allgemeine Charakteristik bei Leibniz», *Studia Leibnitiana Supplementa*, n° 15, 1975, p. 257-286.

HINTIKKA, Jaakko & REMES, Unto, *The Method of analysis. Its geometrical Origin and its general Significance*, Dordrecht/Boston, Reidel, coll. « Boston studies in the philosophy of science », 1974.

HOOKER, Michael (dir.), *Leibniz. Critical and Interpretive Essays*, Minneapolis/Manchester, University of Minnesota/MUP, 1982.

HURON, Roger, « Un probabiliste disciple de Malebranche, Pierre Rémond de Montmort (1678-1719) » [conférence donnée à la séance inaugurale des « Journées de statistique », Toulouse, 19-22 mai 1980], Toulouse, Centre d'édition des annales de la faculté des sciences de Toulouse, coll. « Mathématiques », vol. 2, p. 1-31.

JESSEPH, Douglas M., « Philosophical theory and mathematical pratice in the seventeenth century », *Studies in History and Philosophy of Science*, n° 20-2, 1989, p. 215-244.

—, *Berkeley's Philosophy of Mathematics*, Chicago, University of Chicago Press, coll. « Science and its conceptual foundations », 1993.

Jolley, Nicholas (dir.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1995.

Jullien, Vincent, *Descartes. La « Géométrie » de 1637*, Paris, PUF, coll. « Philosophies », 1996.

Kambouchner, Denis, *L'Homme des passions*, Paris, Albin Michel, coll. « Bibliothèque du Collège international de philosophie », 1995.

– et De Buzon, Frédéric, *Le Vocabulaire de Descartes*, Paris, Ellipses, coll. « Vocabulaire de », 2002.

—, « Remarques sur la définition cartésienne de la clarté et de la distinction », dans Jaquet, Chantal & Pavlovits, Tamas (dir.), *Les Facultés de l'âme à l'âge classique*, Paris, Publications de la Sorbonne, coll. « Philosophie », 2007, p. 159-173.

Kessler, Eckhart, « Clavius entre Proclus et Descartes », dans Giard, Luce (dir.), *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », 1995, p. 285-308.

Knobloch, Eberhard, « L'œuvre de Clavius et ses sources scientifiques », dans Giard, Luce (dir.), *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », 1995, p. 263-283.

—, « Sur la vie et l'œuvre de Christophore Clavius (1538-1612) », *Revue d'histoire des sciences*, n° 41-3, 1988, p. 331-356.

—, « Galileo and Leibniz. Different approaches to Infinity », *Archive for History of Exact Sciences*, n° 54-2, 1999, p. 87-99.

Koyré, Alexandre, *Du monde clos à l'univers infini*, Paris, PUF, 1962.

Kulstad, Mark, « Leibniz's conception of expression », *Studia Leibnitiana*, n° 9-1, 1977, p. 55-76.

Lallemand, Paul, *Histoire de l'éducation dans l'ancien Oratoire de France* [1887], Genève, Slatkine/Megariotis, 1976.

Lennon, Thomas M., « Occasionalism and the Cartesian Metaphysic of Motion », *Canadian Journal of Philosophy*, Supplementary 1-1, 1974, p. 29-40.

Libera, Alain de, *Archéologie du sujet. Naissance du sujet*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 2007.

Levey, Samuel, « Matter and two concepts of continuity in Leibniz », *Philosophical Studies*, n° 94-1, 1999, p. 81-118.

MAHONEY, Michael, « Another look at Greek geometrical analysis », *Archive for history of exact sciences*, n° 5-3, 1968, p. 318-348.

—, « The beginnings of algebraic thought in the seventeenth century », dans GAUKROGER, Stephen (dir.), *Descartes. Philosophy, Mathematics, and Physics*, Sussex, Harvester Press, coll. « Harvester readings in the history of science and philosophy », 1980, p. 141-155.

MANCOSU, Paolo, « The metaphysics of the calculus. A foundational debate in the Paris Academy of sciences, 1700-1706 », *Historia mathematica*, n° 16-3, 1989, p. 224-248.

—, *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New York, OUP, 1996.

MARION, Jean-Luc, *Sur l'ontologie grise de Descartes*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1975.



—, « Cartesian metaphysics. The Simple Nature », dans COTTINGHAM, John (dir.), *The Cambridge Companion to Descartes*, Cambridge, CUP, 1992, coll. « Cambridge compagnon », p. 115-139.

—, *Questions cartésiennes II*, Paris, PUF, coll. « Philosophie d'aujourd'hui », 1996.

MILHAUD, Gaston, *Descartes savant*, Paris, Alcan, coll. « Bibliothèque de philosophie contemporaine », 1921.

MONTUCLA, Jean-Étienne, *Histoire des Mathématiques* [1799-1802], Paris, Blanchard, 1968.

MOREAU, Denis, « La question De ideis dans un débat cartésien. La querelle des vraies et fausses idées », dans *Revue thomiste*, n° 103, 2003-3, p. 527-543.

MOUY, Paul, *Le Développement de la physique cartésienne (1646-1712)*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1934.

MOYAL, Georges J. D., « Les structures de la vérité chez Descartes », *Dialogue, Revue canadienne de philosophie*, n° 26-3, 1987, p. 465-490.

MUGNAI, Massimo, *Leibniz' Theory of Relations*, Stuttgart, Franz Steiner, coll. « Studia Leibnitiana », 1992.

MULLIGAN, Kevin, « Internal relations », dans KIM, Jaegwon & SOSA, Ernest (dir.), *A Companion to Metaphysics*, Oxford, Blackwell, 1995, coll. « Blackwell compagnons to philosophy », p. 245-246.

NADLER, Steven M., *Arnauld and the Cartesian Philosophy of Ideas*, Princeton/Manchester, Princeton UP/MUP, coll. « Studies in intellectual history and the history of philosophy », 1989.

—, «The Occasionalism of Louis de la Forge», dans *Occasionalism. Causation Among the Cartesians*, Oxford/New York, OUP, 2010.

—, (dir.), *Causation in Early Modern Philosophy. Cartesianism, Occasionalism, and Preestablished Harmony*, University Park, Pennsylviana State UP, 1993.

—, «Louis de la Forge and the Develoment of Occasionalism», *Journal of the History of Philosophy*, n° 36-2, 1998, p. 215-231.

Nolan, Lawrence, « Descartes' Theory of Universals », *Philosophical Studies*, n° 89-2, 1998, p. 161-180.

Nuchelmans, Gabriel, *Judgment and Proposition. From Descartes to Kant*, Amsterdam, North Holland Publishing, coll. « Verhandelingen der Koninklijke nederlandse akademie van wetenschappen », 1983.

Otte, Michael & Panza, Marco (dir.), *Analysis and Synthesis in Mathematics*, Dordrecht, Kluwer, coll. « Studies in the philosophy of science », 1997.

Pariente, Jean-Claude, *L'analyse du langage à Port-Royal. Six études logico-grammaticale*, Paris, Minuit, coll. « Le sens commun », 1985.

—, (dir.), *Antoine Arnauld. Philosophie du langage et de la connaissance*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 1995.

Peiffer, Jeanne, « La conception de l'infiniment petit chez Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et Newton », dans Marchlewitz, Ingrid (dir.), *Leibniz. Tradition und Aktualität. V. Internationaler Leibniz-Kongress*, Hannover, Gotfried-Wilheim-Leibniz Gesellschaft, 1988, p. 710-717.

Pycior, Helena M., « Mathematics and philosophy. Wallis, Hobbes, Barrow and Berkeley », *Journal of the History of ideas*, n° 48-2, 1987, p. 265-286,.

Rabouin, David, *Mathesis universalis. L'idée de « mathématique universelle » d'Aristote à Descartes*, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 2009.

Radner, Daisie, « Representionalism in Arnauld's act theory of perception », *Journal of the History of Philosophy*, n° 14-1, 1976, p. 96-98.

Radelet de Grave, Patricia, « L'édition des figures manuscrites des Bernoulli », dans *Conférence. Diagrams and Images criticism in Mathematical Textual Traditions*, Pise, 25-27 novembre 2004, en ligne, disponible à l'adresse : https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwih9LPZ6ufSAhVBOhQKHYZdAFoQFggcMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.brickscommunity.org%2Fmaterial%2FRadeletAbstract.doc&usg=AFQjCNEXup3tL8TOEKbmOwWQfNwaw-TI-w&sig2=OynU5wZxROgNeToPTb2TBQ, consulté le 21 mars 2017.

Rauzy, Jean-Baptiste, *La Doctrine leibnizienne de la vérité*, Paris, Vrin, coll. « Bibliothèque d'histoire de la philosophie », 2001.

Robinet, André, « L'abbé Catelan, ou l'erreur au service de la vérité », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 11-4, 1958, p. 289-301.

—, « Jean Prestet ou la bonne foi cartésienne », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, n° 13-2, 1960, p. 95-104.

Rodis-Lewis, Geneviève, *L'Œuvre de Descartes*, Paris, Vrin, coll. « À la recherche de la vérité », 1971.

—, (dir.), *La Science chez Descartes. Études en français*, New York, Garland, 1987.

—, *Descartes. Biographie*, Paris, Calmann-Lévy, 1995.

Russell, Bertrand, *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, Cambridge, CUP, 1900.



Rutherford, Donald, « Philosophy and language in Leibniz », dans Jolley, Nicholas (dir.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, Cambridge, CUP, coll. « Cambridge companion », 1995, p. 224-269.

Savini, Massimiliano, *Le Développement de la méthode cartésienne dans les Provinces-Unies*, Lecce, Conte, 2004.

—, « L'insertion du cartésianisme en logique. La Logica vetus & nova de Johannes Clauberg », *Revue de métaphysique et de morale*, n° 49-1, 2006, p. 73-88.

Schmitt, Charles B., *Aristotle and the Renaissance*, Cambridge (Mass.)/London, Harvard UP, coll. « Martin classical lecture », 1983 ; *Aristote et la Renaissance*, trad. Luce Giard, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1992.

Schuster, John, « Descartes' *mathesis universalis* », dans Gaukroger, Stephen (dir.), *Descartes. Philosophy, Mathematics, and Physics*, Sussex, Harvester Press, coll. « Harvester readings in the history of science and philosophy », 1980, p. 41-96.

Schwartz, Claire, « Berkeley and His Contemporaries. The Question of Mathematical Formalism », dans Parigi, Silvia (dir.), *George Berkeley. Religion and Science in the Age of Enlightenment*, Dordrecht, Springer, 2011, p. 43-56.

Séris, Jean-Pierre, *Langages et machines à l'âge classique*, Hachette, Paris, coll. « Recherches philosophiques », 1995.

Sleigh, Robert, « Truth and sufficient Reason in the Philosophy of Leibniz », dans Hooker, Michael (dir.), *Leibniz. Critical and Interpretive Essays*, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1982, p. 209-242.

Smith, Kurt, « Was Descartes's physics mathematical ? », *History of Philosophy Quaterly*, n° 20-3, 2003, p. 245-256.

Taton, René (dir.), *Enseignement et diffusion des sciences en France au* XVIII[e] *siècle*, Paris, Hermann, coll. « Histoire de la pensée », 1964.

Tiemersma, Douwe, « Methodological and theoretical aspects of Descartes' treatise on the rainbow », *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 19-3, 1988, p. 347-364.

Timmermans, Benoît, « The Originality of Descartes's Conception of Analysis as Discovery », *Journal of the History of Ideas*, n° 60-3, 1999, p. 433-447.

Vermeulen, Bernard P., « The metaphysical presuppositions of Nieuwentijt's criticism of Leibniz's higher-order differentials », *Studia Leibnitiana Sonderheft*, n° 14, 1986, p. 178-184.

Vinci, Thomas C., *Cartesian Truth*, Oxford, OUP, 1998.

Vuillemin, Jules, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, PUF, coll. « Epimethée », 1960.

Weber, Jean-Paul, *La Constitution du texte des Regulae*, Paris, Société d'édition d'enseignement supérieur, 1964.

Wilson, Margaret D., *Ideas and mechanism. Essays on Early Modern Philosophy*, Princeton, Princeton UP, 1999.

# Index

# INDEX DES AUTEURS ANCIENS

# INDEX DES AUTEURS RÉCENTS

# TABLE DES MATIÈRES

## ANNEXES GÉNÉRALES



## BIBLIOGRAPHIE



## INDEX